

Une brève histoire des atomes froids

Cours 3

Les vertus des raies étroites

Jean Dalibard

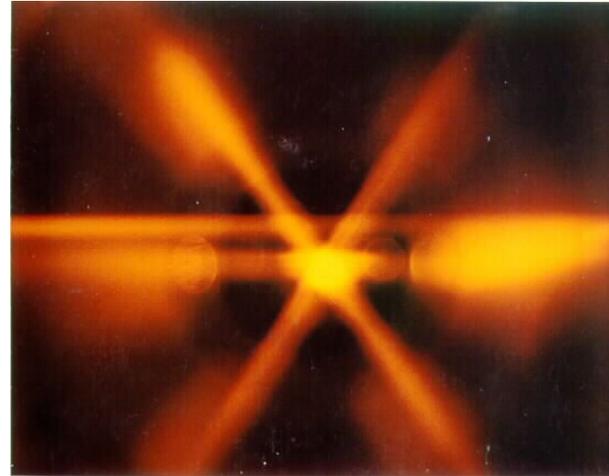
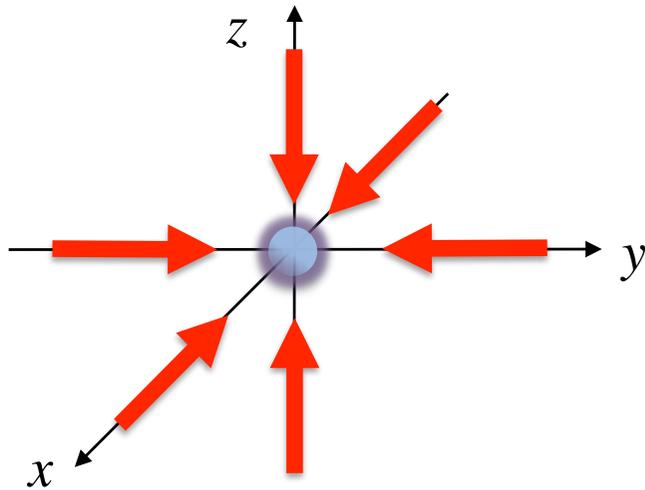
Chaire *Atomes et rayonnement*

Année 2014-15



COLLÈGE
DE FRANCE
—1530—

Le refroidissement Doppler



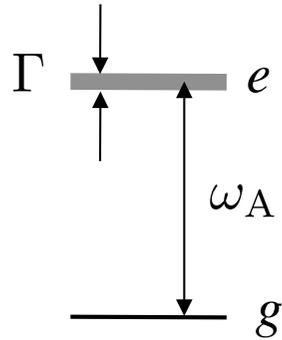
Force de pression de radiation : $\mathbf{F} = -M\alpha \mathbf{v}$

Approche « mouvement brownien » : $k_B T = \frac{\hbar\Gamma}{2}$

Γ : largeur naturelle
de l'état excité

On a envie d'aller chercher des transitions de plus en plus étroites (Γ petit) mais.. .

Validité de l'approche « mouvement brownien »



Deux échelles d'énergie dans le problème du mouvement d'un atome dans une onde lumineuse :

- la largeur naturelle $\hbar\Gamma$ de l'état excité ($v_0 \sim \sqrt{\hbar\Gamma/M}$)

- l'énergie de recul $E_r = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}$ ($v_r = \hbar k/M$)

énergie cinétique d'un atome initialement au repos quand il absorbe ou émet un seul photon

L'approche « mouvement brownien » n'est valable que pour des raies larges

$$v_r \ll v_0$$

$$E_r \ll \hbar\Gamma$$

Il faut que nous développons une autre approche pour le cas $\hbar\Gamma \lesssim E_r$

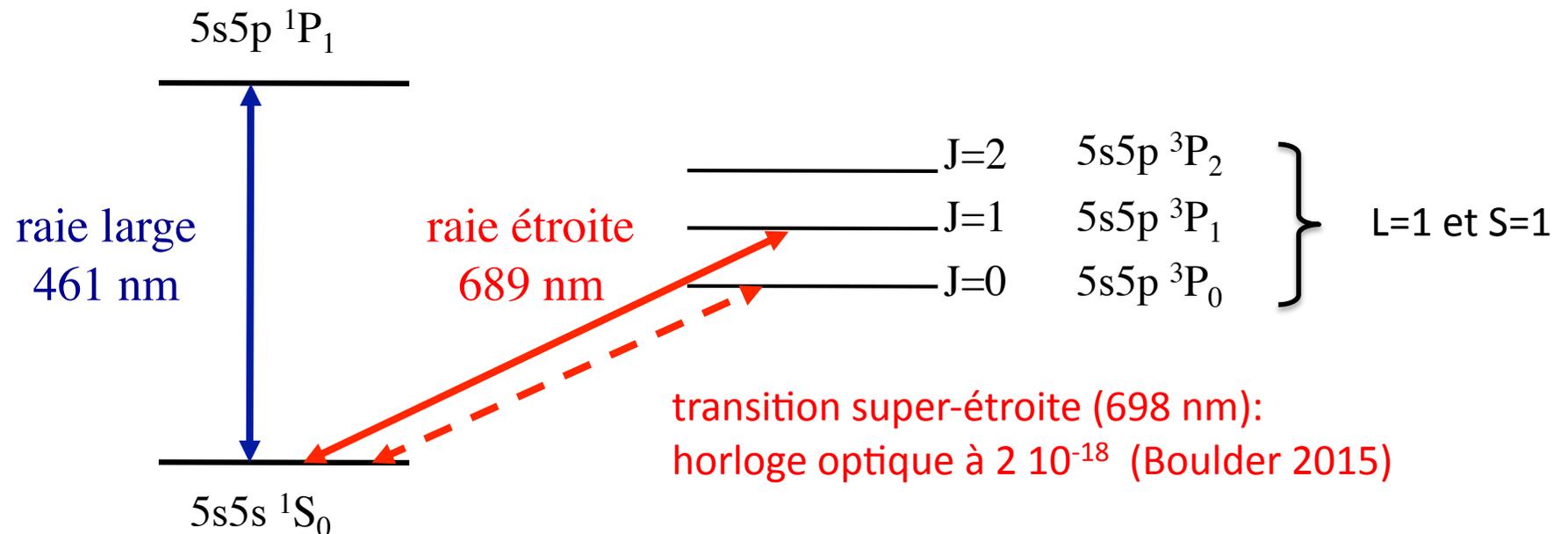
Importance pratique des raies étroites

Les atomes concernés ont un intérêt métrologique important (Mg, Ca, Sr)

Atomes à deux électrons externes :

Le spin total des deux électrons peut être $S=0$ (singulet) ou $S=1$ (triplet)

Exemple : atome de strontium



Questions ouvertes

Quelle est la limite du refroidissement Doppler quand $\hbar\Gamma \lesssim E_r$?

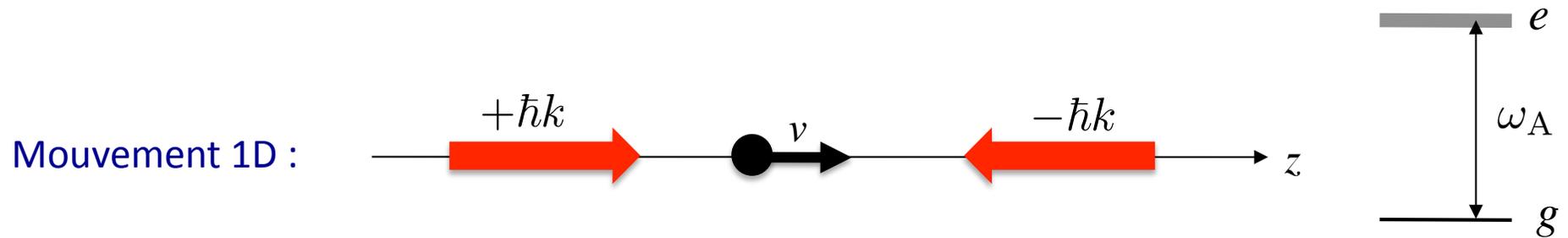
Revenir sur le rôle des effets collectifs (déjà rencontrés pour le piège magnéto-optique)

Un tremplin vers la condensation de Bose-Einstein sans évaporation ?

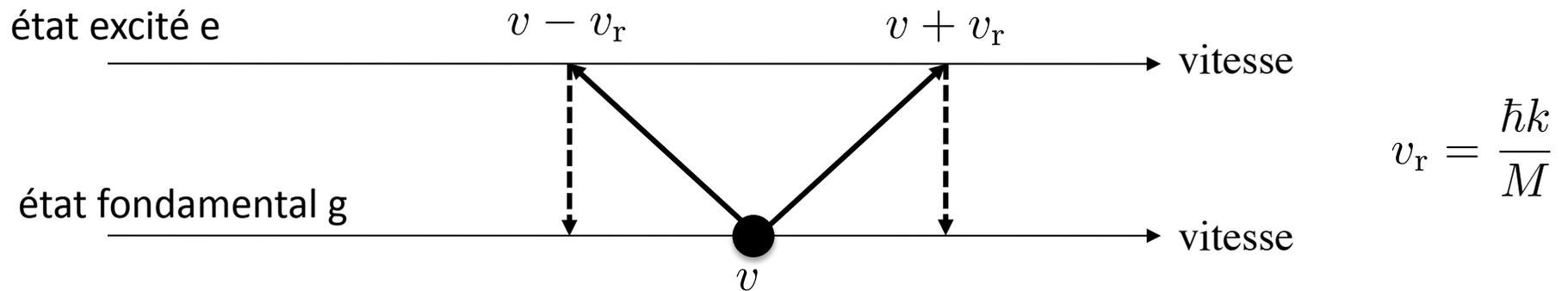
1.

Refroidissement en raie étroite « monochromatique »

Un modèle simple de refroidissement en raie étroite



On va supposer dans un premier temps que les photons émis spontanément se propagent perpendiculairement à l'axe z : pas de recul selon cet axe lors d'une émission spontanée



Le seul élément aléatoire est le sens du photon absorbé : marche au hasard discrète

Probabilité d'absorption



Probabilité d'absorption par unité de temps (cf. cours précédents) :

$$p_{\pm}(v) = \Gamma s_{\pm}(v)/2$$

où le paramètre de saturation s'écrit $s_{\pm}(v) = \frac{2|\kappa|^2}{\Gamma^2 + 4\Delta_v^2}$

κ : pulsation de Rabi associée à chaque onde (couplage dipolaire électrique)

Δ_v : désaccord à évaluer à partir des énergies initiales et finales

$$E_f = E_e + \frac{1}{2}M(v \pm v_r)^2 + (N - 1)\hbar\omega_L$$

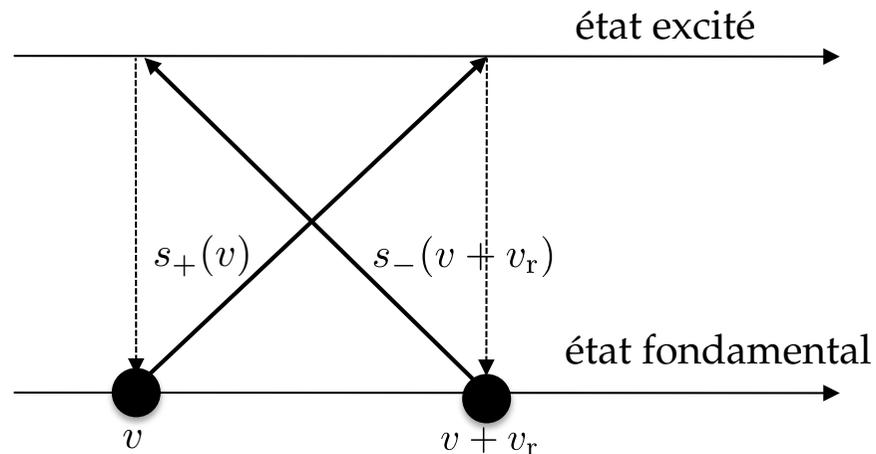
$$E_i = E_g + \frac{1}{2}Mv^2 + N\hbar\omega_L$$

$$\hbar\Delta_v = E_i - E_f \quad \longrightarrow \quad \Delta_v = \Delta \mp kv - \omega_r \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \Delta = \omega_L - \omega_A \\ \hbar\omega_A = E_e - E_g \end{cases}$$

Etat stationnaire



On cherche la distribution stationnaire $\mathcal{P}(v)$ en vitesse pour cette marche au hasard discrète



On écrit l'égalité des flux entre v et $v + v_r$: $s_+(v) \mathcal{P}(v) = s_-(v + v_r) \mathcal{P}(v + v_r)$.

$$\frac{\mathcal{P}(v + v_r)}{\mathcal{P}(v)} = \frac{(\Delta + \omega_r + kv)^2 + \Gamma^2/4}{(\Delta - \omega_r - kv)^2 + \Gamma^2/4}$$

Ne dépend que du choix du désaccord Δ (la pulsation de Rabi n'intervient pas)

Un cas particulier simple



Ecrivons la condition générale d'équilibre : $\frac{\mathcal{P}(v + v_r)}{\mathcal{P}(v)} = \frac{(\Delta + \omega_r + kv)^2 + \Gamma^2/4}{(\Delta - \omega_r - kv)^2 + \Gamma^2/4}$

pour le désaccord $\Delta = -\omega_r$ et la famille de vitesses $v_n = (n - \frac{1}{2})v_r$:

$$\dots \leftrightarrow -\frac{3}{2}v_r \leftrightarrow -\frac{1}{2}v_r \leftrightarrow \frac{1}{2}v_r \leftrightarrow \frac{3}{2}v_r \leftrightarrow \dots$$

La solution (exacte) dans la limite $\Gamma \rightarrow 0$ est :

$$\mathcal{P}(v_n) \propto \frac{1}{(n - \frac{1}{2})^2} \propto \frac{1}{v_n^2}$$

Distribution de vitesse qui décroît comme une loi de puissance $v^{-\alpha}$ à l'infini, avec ici $\alpha = 2$ pour le choix de désaccord $\Delta = -\omega_r$

Décroissance beaucoup plus douce que la gaussienne de Maxwell-Boltzmann

Le cas général



On regarde le comportement aux grandes vitesses de la solution $\mathcal{P}(v)$ de

$$\frac{\mathcal{P}(v + v_r)}{\mathcal{P}(v)} = \frac{(\Delta + \omega_r + kv)^2 + \Gamma^2/4}{(\Delta - \omega_r - kv)^2 + \Gamma^2/4}$$

C'est toujours une loi de puissance $\mathcal{P}(v) \propto |v|^{-\alpha}$ avec $\alpha = 2 \frac{|\Delta|}{\omega_r}$

- Il faut une distribution normalisable, sinon les atomes vont partir vers $v = \pm\infty$

$$\mathcal{P} \text{ normalisable: } |\Delta| > \frac{1}{2}\omega_r$$

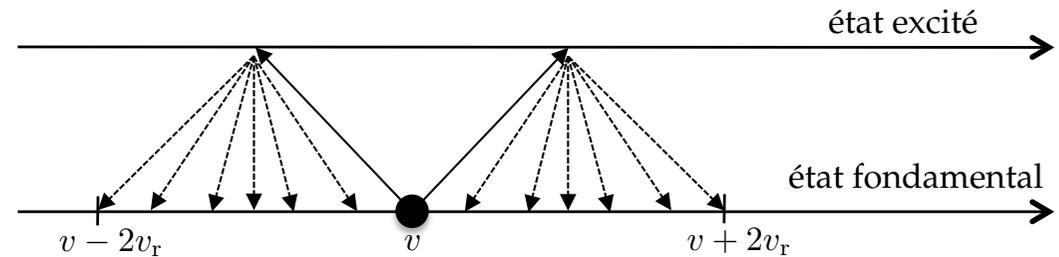
- Energie cinétique bien définie : il faut que $\int v^2 \mathcal{P}(v) dv$ converge

$$\text{Energie cinétique définie: } |\Delta| > \frac{3}{2}\omega_r$$

Bilan de l'étude du cas 1D



On prend maintenant en compte le recul lors de l'émission spontanée



Un traitement numérique confirme les prédictions du modèle simple précédent :

- Distribution normalisable, énergie cinétique définie, etc., uniquement si le désaccord est négatif et assez grand en valeur absolue
- Pour une raie étroite $\Gamma \lesssim \omega_r$, énergie cinétique minimale obtenue pour

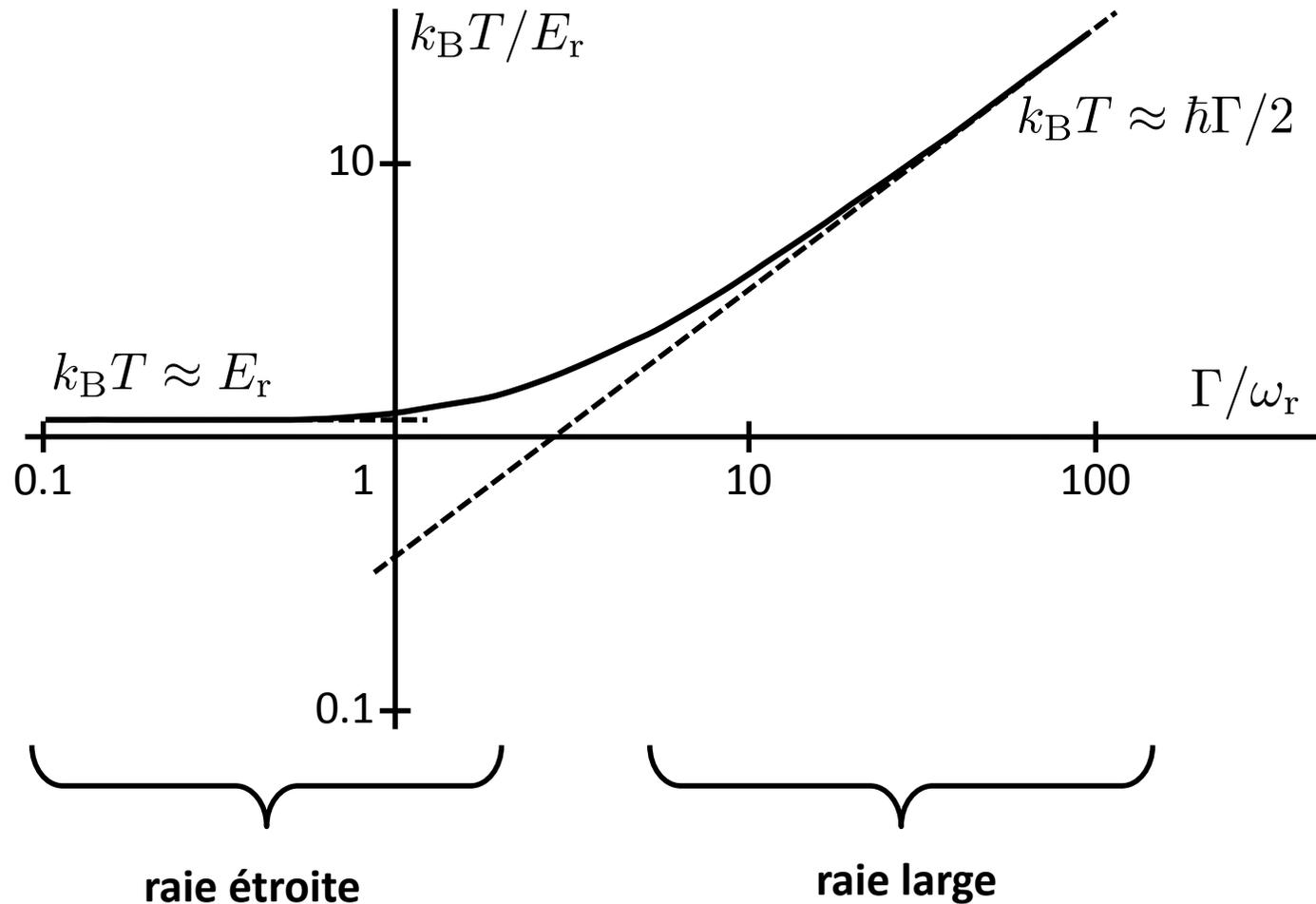
$$\text{désaccord : } \Delta \approx -3.4 \omega_r \text{ conduisant à } \sqrt{\langle v^2 \rangle} \approx 0.73 v_r$$

$$k_B T_{\text{eff, min}} \approx 1.06 E_r$$

remplace $\Delta = -\Gamma/2$ et $k_B T_{\text{min}} = \hbar\Gamma/2$ obtenus pour une raie large

Bilan du refroidissement Doppler

Pour chaque valeur de Γ/ω_r , on choisit le désaccord qui minimise la température



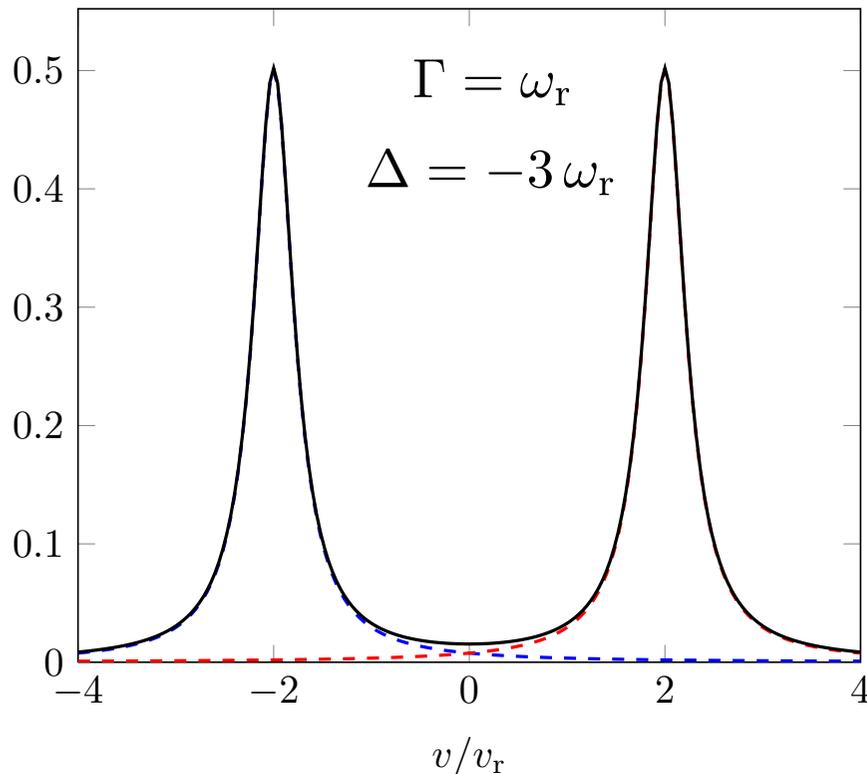
2.

Comment structurer la raie de résonance

Motivation



Taux d'excitation en lumière monochromatique au désaccord qui minimise $k_B T$:



Seule une faible fraction des classes de vitesse sont soumises à l'action des lasers

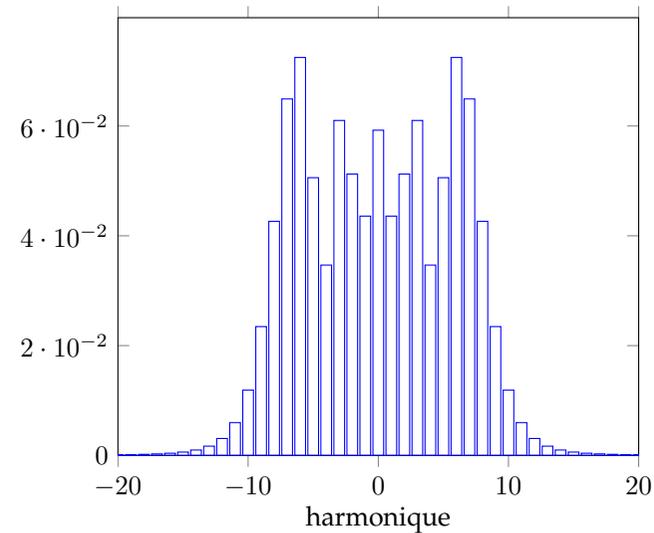
- on pourrait espérer capturer plus d'atomes en excitant des classes de vitesse plus élevées: Δ plus grand ?
- on pourrait espérer obtenir des distributions plus étroites en diminuant la taille de la zone sombre centrale : Δ plus petit ?

Le choix $\Delta = -3\omega_r$ est un compromis que l'on peut espérer contourner par une structure appropriée du spectre des lasers de refroidissement.

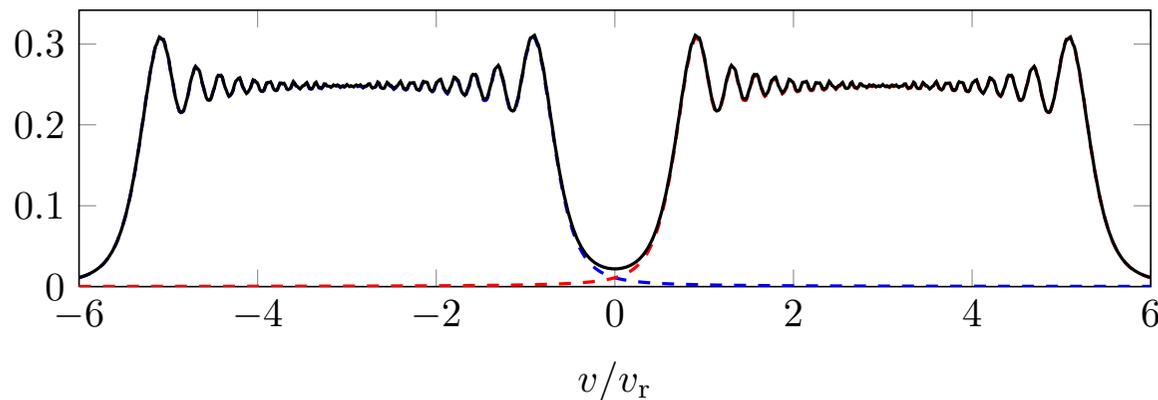
Elargissement par modulation de phase

On module périodiquement la phase de l'onde lumineuse : $e^{i\omega_L t} \rightarrow e^{i[\omega_L t + \phi(t)]}$.

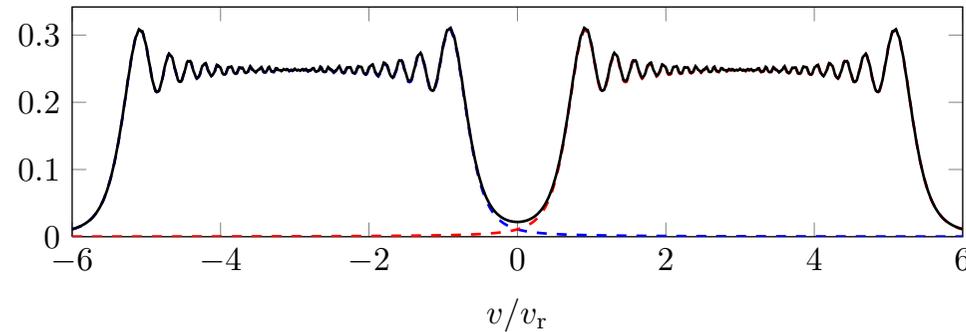
Le spectre lumineux est alors
un peigne de fréquence
(ici pour une modulation en
« dent de scie »)



Taux d'excitation de l'atome : profil presque rectangulaire :



Gain obtenu par un élargissement du spectre



- Amélioration importante de la capture des atomes et forte diminution de l'importance des ailes de la distribution
- Diminution de la largeur en vitesse de la distribution stationnaire ?

Gain pas très spectaculaire, en particulier à 2D et 3D.

Le taux d'excitation en $v = 0$ n'est pas négligeable quand on superpose toutes les lorentziennes correspondant aux différentes harmoniques...

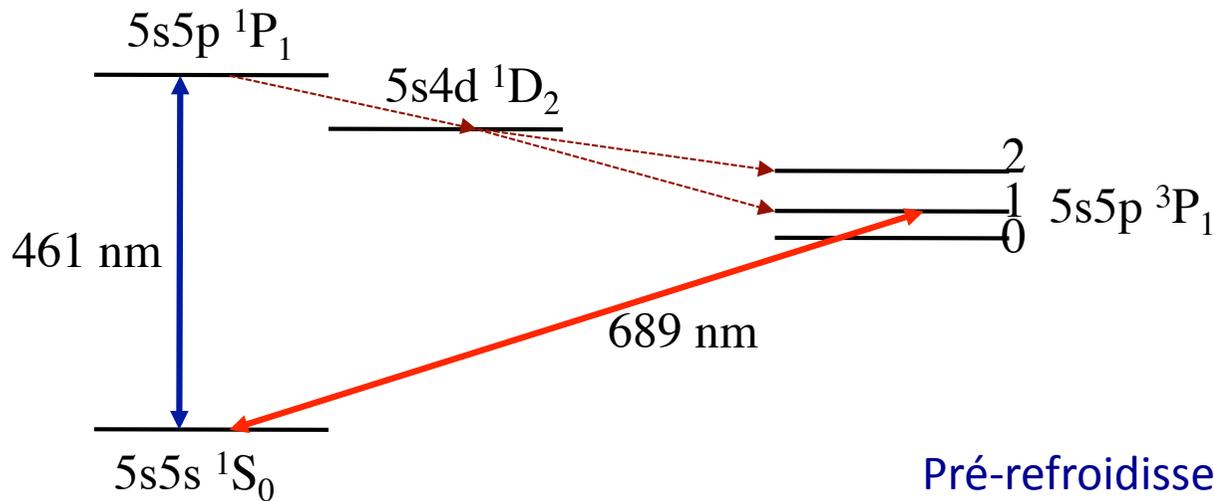
On peut faire mieux avec un vrai « état noir » pour la classe de vitesse nulle (cours 4)

3.

Expériences de refroidissement en raie étroite

Expériences sur le strontium

Katori et al., 1999-2000 (JST, Japon)



raie étroite : $\Gamma/2\pi = 7.6 \text{ kHz}$
 $\omega_r/2\pi = 5.0 \text{ kHz}$

Pré-refroidissement dans un piège magnéto-optique sur la raie large à 461 nm

Transfert dans un piège, puis une mélasse fonctionnant sur la raie étroite à 689 nm. Elargissement de la raie pour capturer les atomes, puis extinction de cet élargissement.

Température minimale mesurée : 400 nK

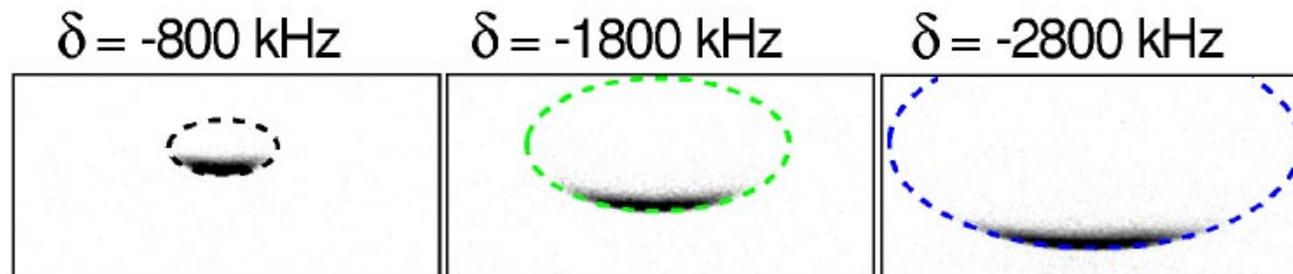
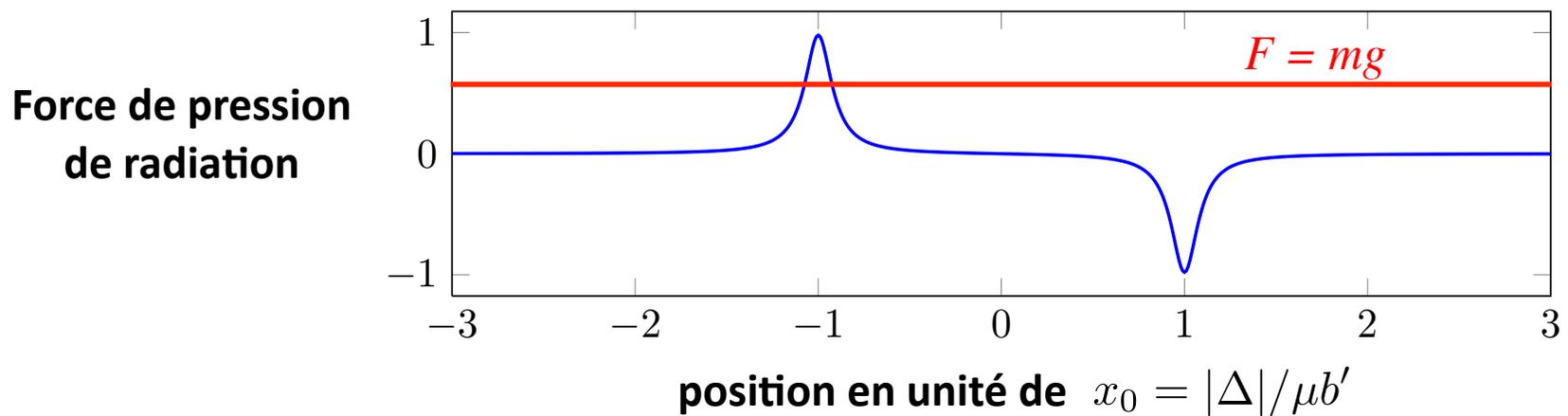
$$v_0 = \sqrt{\frac{k_B T}{M}} = 6.1 \text{ mm/s} = 0.9 v_r$$

Bon accord avec la théorie

Piège magnéto-optique en raie étroite

Jun Ye et al., Boulder (2003-04)

Dans un gradient de champ magnétique $B = b'z$, la résonance étroite se produit en deux points : $\mu b'z = \pm\Delta$

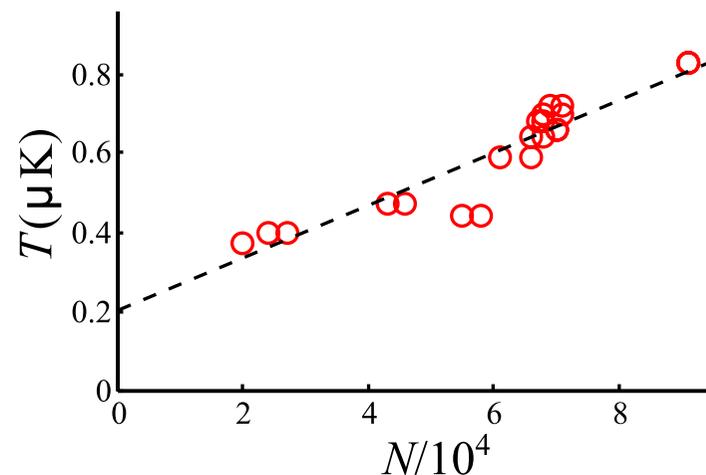


Température et nombre d'atomes

La température mesurée dans ces mélasses en raie étroite augmente avec le nombre d'atomes

$$\text{Katori, 1999 : } \frac{dT}{dn} = 400 \text{ nK}/(10^{12} \text{ cm}^{-3})$$

Expériences menées à Nice sur ^{88}Sr dans le groupe de D. Wilkowski (2011)



Performances du refroidissement en raie étroite

Vitesse quadratique moyenne : $v \sim v_r = \frac{\hbar k}{M}$

Longueur d'onde thermique : $\lambda_T = \frac{\hbar\sqrt{2\pi}}{\sqrt{Mk_B T}} \sim \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi}}$ λ : longueur d'onde optique

On cherche à produire un gaz quantiquement dégénéré : $n\lambda_T^3 \gtrsim 1$

$$\longrightarrow n\lambda^3 \gtrsim (2\pi)^{3/2}$$

mais les effets de diffusion multiple se manifestent dès que $n\sigma L \gtrsim 1$, avec $\sigma \sim \lambda^2$

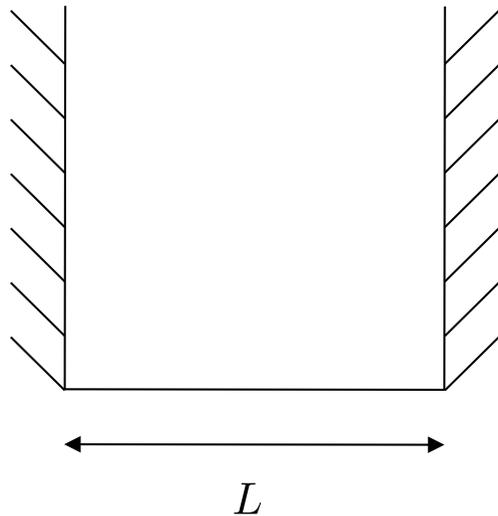
Incompatible si on veut un échantillon assez gros : $L \gg \lambda$, $N_{\text{atomes}} \gg 1$???

Que faire si on ne veut pas recourir à l'évaporation ?

4.

Vers la condensation de Bose-Einstein

Statistique de Maxwell-Boltzmann



Gaz confiné dans une boîte cubique avec des conditions aux limites périodiques :

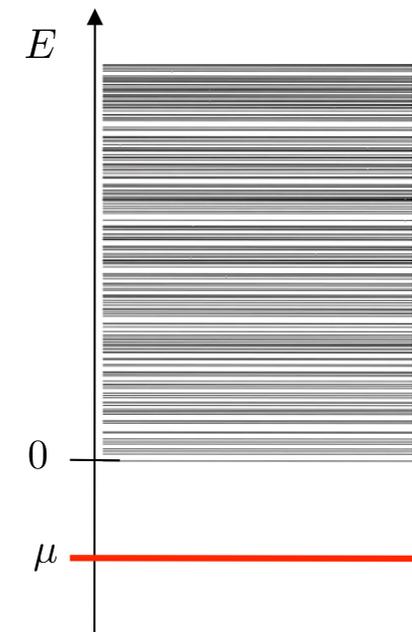
$$\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) = \frac{e^{i\mathbf{r}\cdot\mathbf{p}/\hbar}}{L^{3/2}} \quad \text{d'énergie } E_p = \frac{p^2}{2M}$$
$$p_j = \frac{2\pi\hbar}{L}n_j, \quad j = x, y, z, \quad n_j \in \mathbb{Z}$$

Choix de variables thermodynamiques :

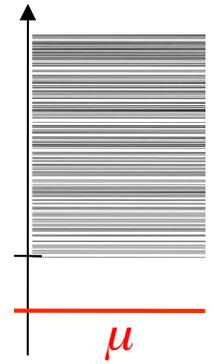
- température T
- potentiel chimique μ

$$n^{(\text{Boltz.})}(\mathbf{p}) = e^{(\mu - E_p)/k_B T}$$

On peut alors calculer toutes les autres quantités thermodynamiques
nombre d'atomes, pression, énergie, entropie,



Nombre de particules dans la boîte



$$n^{(\text{Boltz.})}(\mathbf{p}) = e^{(\mu - E_p)/k_B T} \quad \longrightarrow \quad N = \sum_{\mathbf{p}} n^{(\text{Boltz.})}(\mathbf{p})$$

On remplace la somme discrète par une intégrale :

$$N \approx \left(\frac{L}{2\pi\hbar} \right)^3 \int e^{(\mu - E_p)/k_B T} d^3p = Z \frac{L^3}{\lambda_T^3}$$

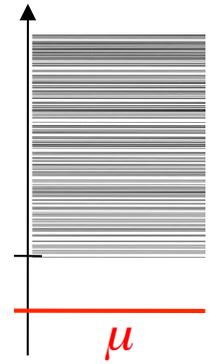
$$Z = e^{\mu/k_B T} : \text{fugacité du gaz} \quad \lambda_T = \frac{\hbar\sqrt{2\pi}}{\sqrt{Mk_B T}} : \text{longueur d'onde thermique}$$

Remarque : mathématiquement, on peut choisir μ positif ou négatif, mais la statistique de Maxwell-Boltzmann n'a de sens physique que si $n^{(\text{Boltz.})}(\mathbf{p}) \ll 1$

$$\mu \text{ négatif et } |\mu| \gg k_B T, \text{ ou encore } Z \ll 1$$

Statistique de Bose-Einstein

$$n^{(\text{Bose})}(\mathbf{p}) = \frac{1}{e^{(E_p - \mu)/k_B T} - 1}$$



Pour cette statistique, la valeur du potentiel chimique est contrainte mathématiquement : $\mu < 0$, ou plus généralement : $\mu < E_{\text{fondamental}}$

$$N = \sum_{\mathbf{p}} n^{(\text{Bose})}(\mathbf{p})$$

Passage à la limite continue :

$$N \approx \left(\frac{L}{2\pi\hbar} \right)^3 \int n^{(\text{Bose})}(\mathbf{p}) d^3p = g_{3/2}(Z) \frac{L^3}{\lambda_T^3} \quad g_{\alpha}(Z) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{Z^n}{n^{\alpha}}$$

Si $Z \ll 1$ (gaz faiblement dégénéré), $g_{3/2}(Z) \approx Z$: on retrouve Maxwell-Boltzmann

La condensation de Bose-Einstein « traditionnelle »

Le résultat $N = \underbrace{\sum_{\mathbf{p}} n^{(\text{Bose})}(\mathbf{p})}_{\text{peut être arbitrairement grand si } \mu \rightarrow 0_-} \longrightarrow \underbrace{N = g_{3/2}(Z) \frac{L^3}{\lambda_T^3}}_{\text{borné supérieurement par } g_{3/2}(1) L^3 / \lambda_T^3 \text{ avec } g_{3/2}(1) \approx 2.612}$ est paradoxal

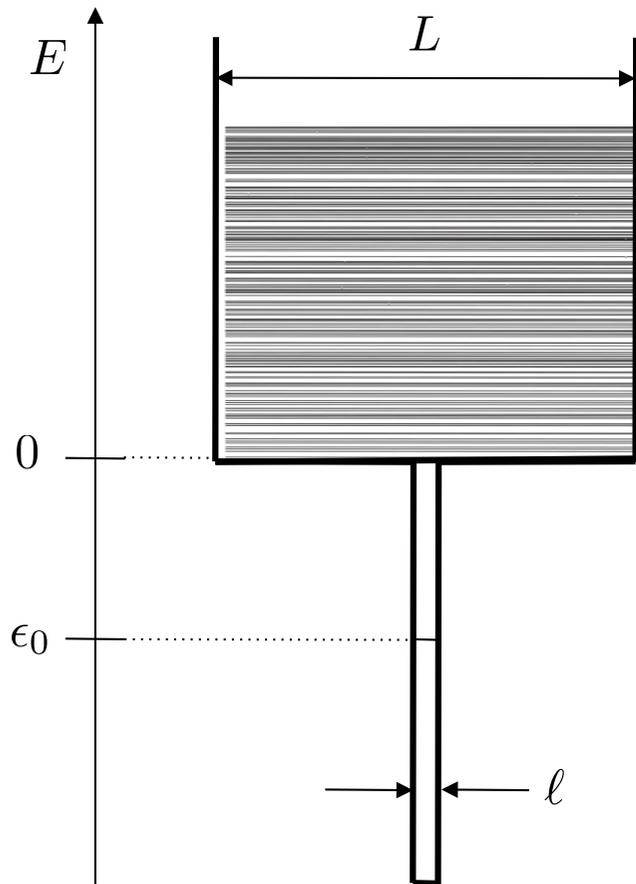
$Z = e^{\mu/k_B T}$

Résolution du paradoxe : la contribution de l'état fondamental $\mathbf{p} = 0$ est mal prise en compte lors du passage à l'intégrale.

Cette contribution peut devenir arbitrairement grande quand $\mu \rightarrow 0_-$: accumulation dans l'état microscopique $\mathbf{p} = 0$ si N dépasse la valeur critique

$$N_c = 2.612 \frac{L^3}{\lambda_T^3}$$

Branchement d'un micro-puits



Départ : gaz non dégénéré dans une boîte de taille L

$$Z \ll 1 \quad N \approx Z \frac{L^3}{\lambda_T^3}$$

Une déformation « triviale » de la boîte (compression ou expansion) ne va rien apporter en termes de gain dans l'espace des phases

Déformation « non triviale » : on branche soudainement un micro-puits à un seul état lié

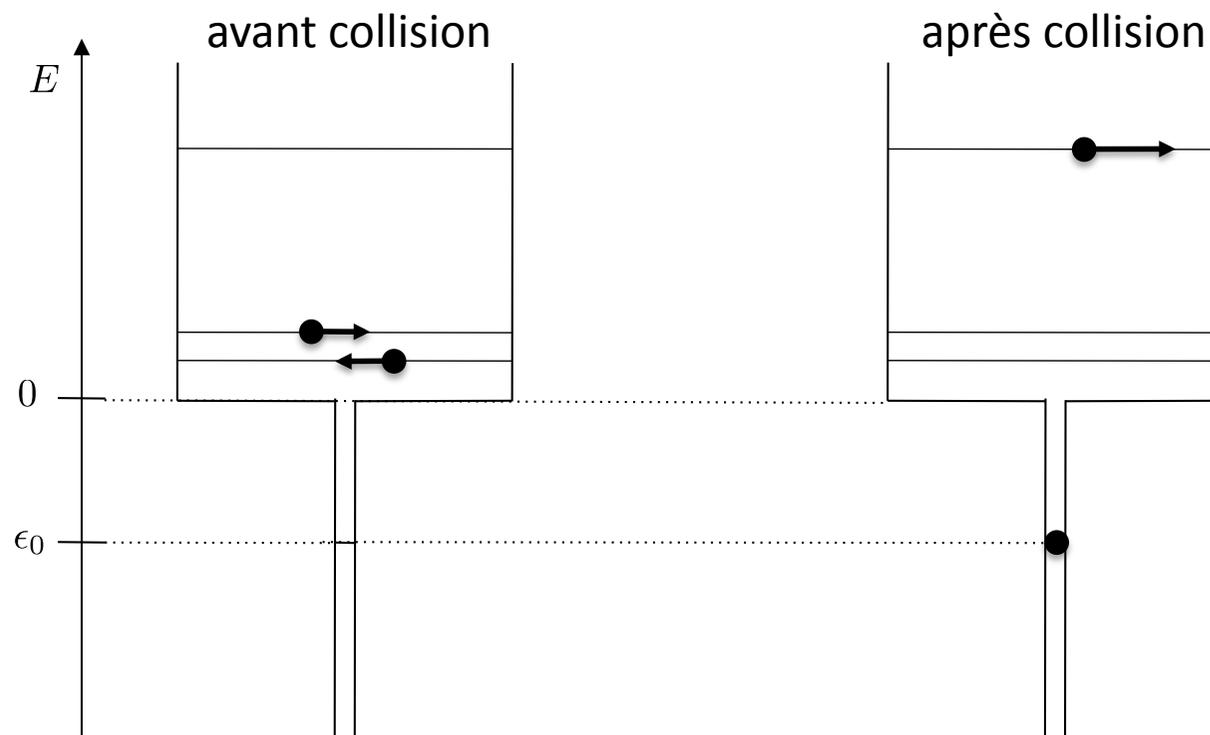
énergie : $\epsilon_0 < 0$

On choisit $|\epsilon_0| \sim k_B T$: quel est le nouvel état d'équilibre du gaz ?

Thermalisation en présence du micro-puits

Le gaz est un système isolé : conservation du nombre de particules et de l'énergie

Les collisions élastiques entre atomes du gaz vont peupler l'état du micro-puits



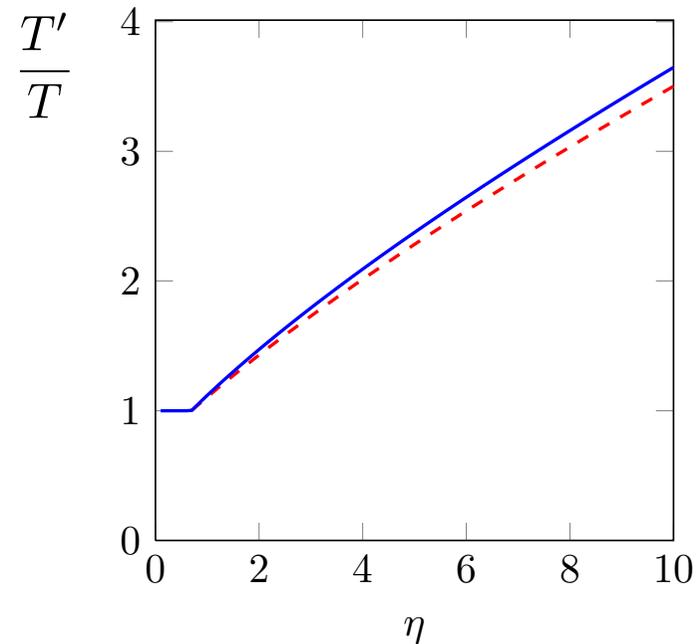
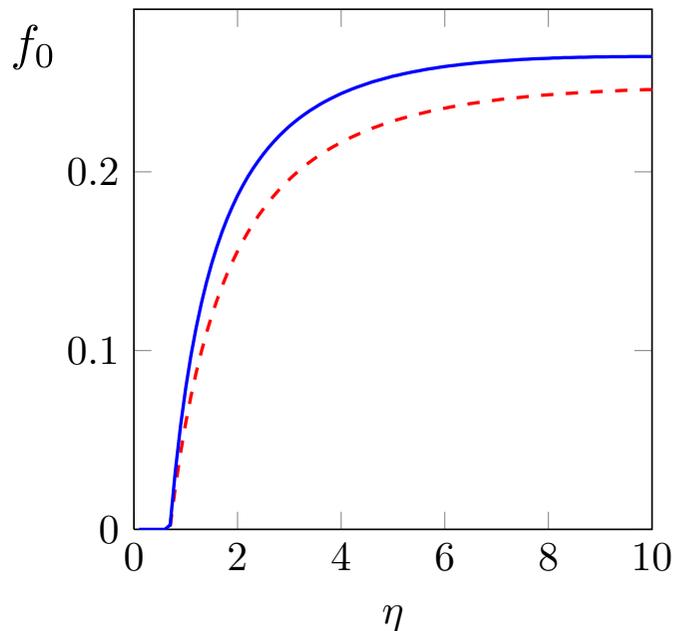
Accumulation macroscopique dans l'état du micro-puits ?

Condensation dans un micro-puits

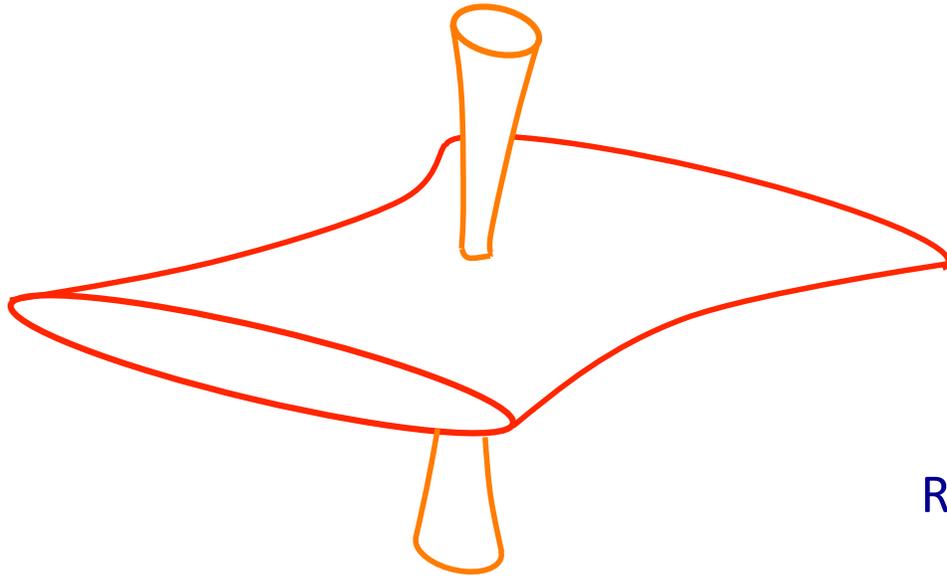
On cherche le nouveau couple μ' , T' caractérisant l'état thermodynamique du gaz en prenant en compte la conservation du nombre de particules et de l'énergie

On en déduit la fraction condensée : $f_0 = \frac{N_{\text{micro-puits}}}{N}$

Le paramètre de contrôle est $\eta = \frac{|\epsilon_0|}{k_B T}$



L'expérience d'Innsbruck (2013)



Départ : 10^7 atomes de ^{84}Sr dans une pince optique de fréquences :

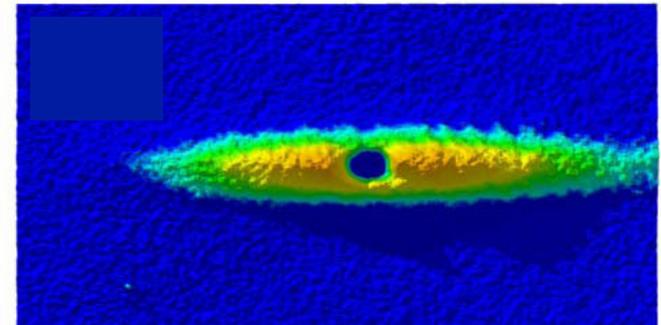
6 Hz - 35 Hz - 600 Hz

Refroidissement sur raie étroite à 900 nK

Micro-piège : deuxième pince optique très confinante dans le plan xy

6 Hz - 35 Hz \longrightarrow 250 Hz - 250 Hz

Ingrédient supplémentaire : faisceau de « transparence » qui déplace les niveaux atomiques dans le micro-piège : les atomes deviennent insensibles à la lumière résonnante

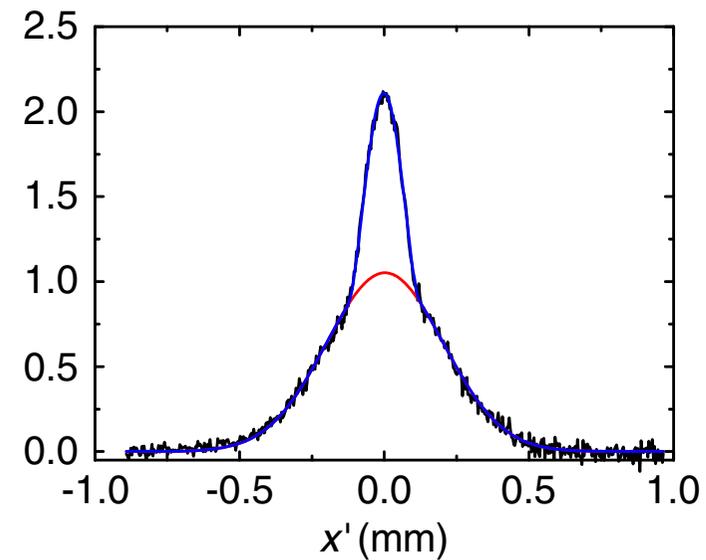
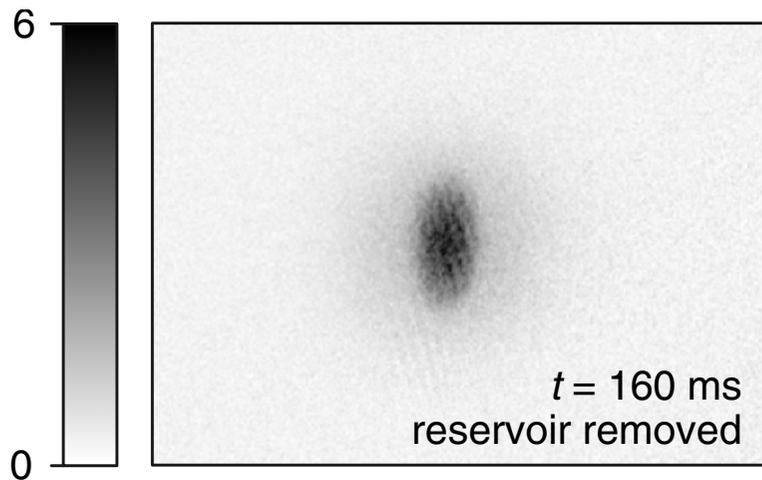


Résultat de l'expérience d'Innsbruck (2013)

Un condensat sans évaporation !

... mais la fraction condensée reste faible (de l'ordre de 1%)

On observe ce condensat en enlevant tous les atomes qui sont en dehors de la zone de transparence



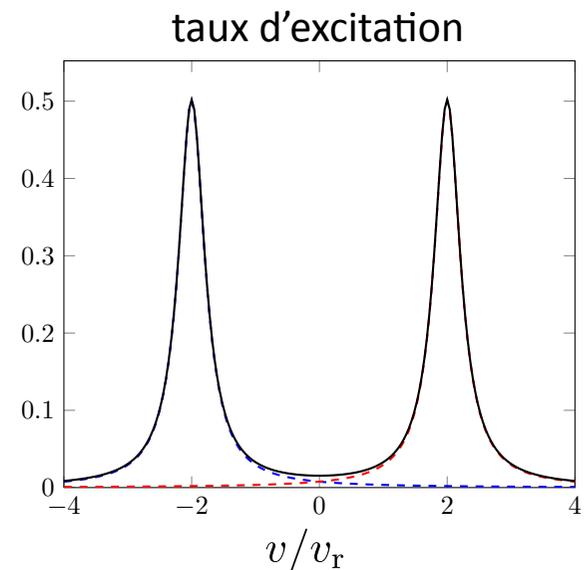
Après temps de vol, distribution anisotrope et bimodale, caractéristique d'un condensat

En conclusion

Le refroidissement Doppler sur raie étroite permet d'atteindre la limite du recul

$$v \sim v_r = \frac{\hbar k}{M}$$

Les atomes sont accumulés dans des classes de vitesse où ils interagissent peu avec la lumière



Le chauffage lié à la diffusion multiple empêche d'atteindre directement le seuil de dégénérescence quantique, mais on peut contourner ce problème (sans perte d'atomes) par l'introduction d'un micro-puits de potentiel.