Les interactions entre atomes dans les gaz quantiques

Cours 6

Caractérisation d'une résonance de Fano--Feshbach

Jean Dalibard

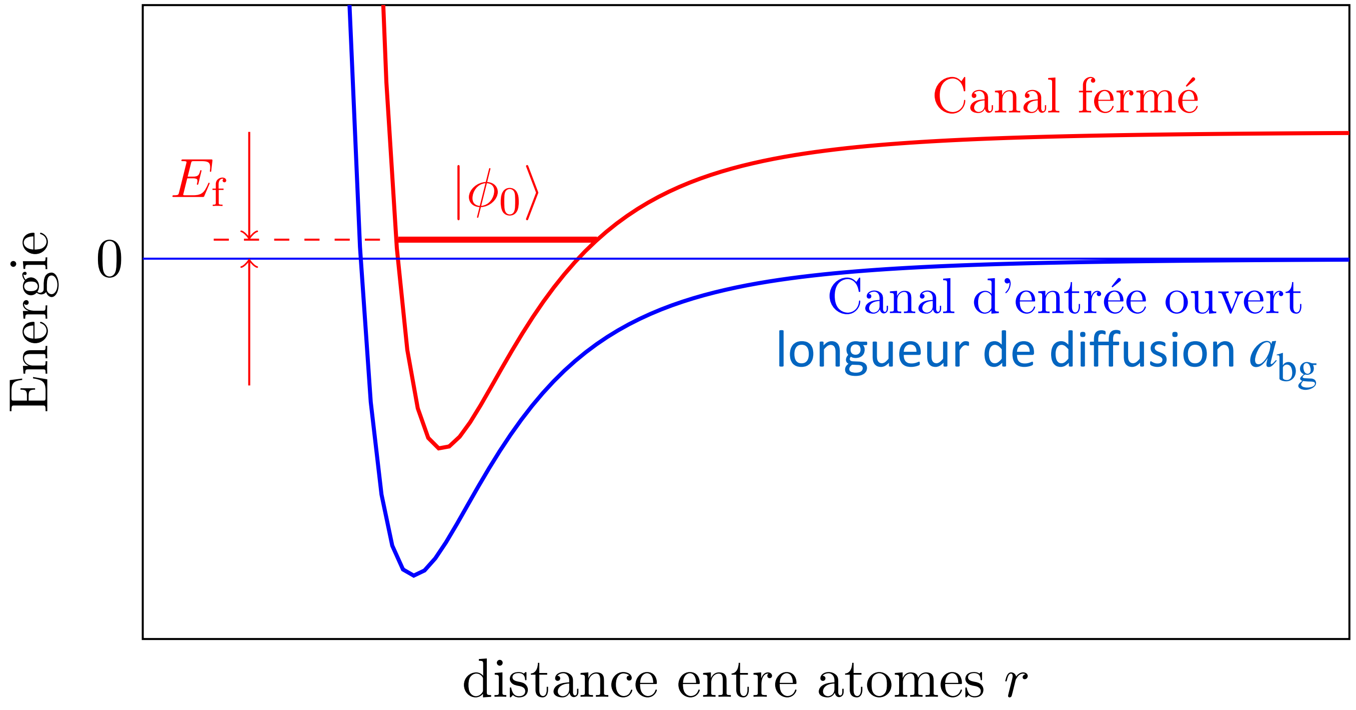
Chaire *Atomes et rayonnement*

Année 2020-21

COLLÈGE DE FRANCE 1530

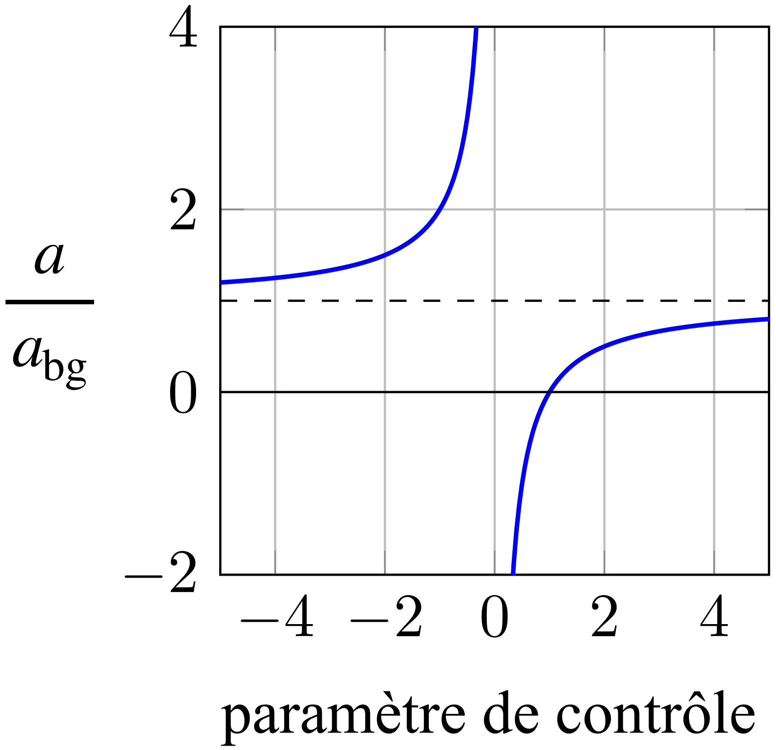
Les résonances de Fano-Feshbach

Processus de collision à deux canaux



Lors de la collision, un couplage entre les deux canaux peut se produire

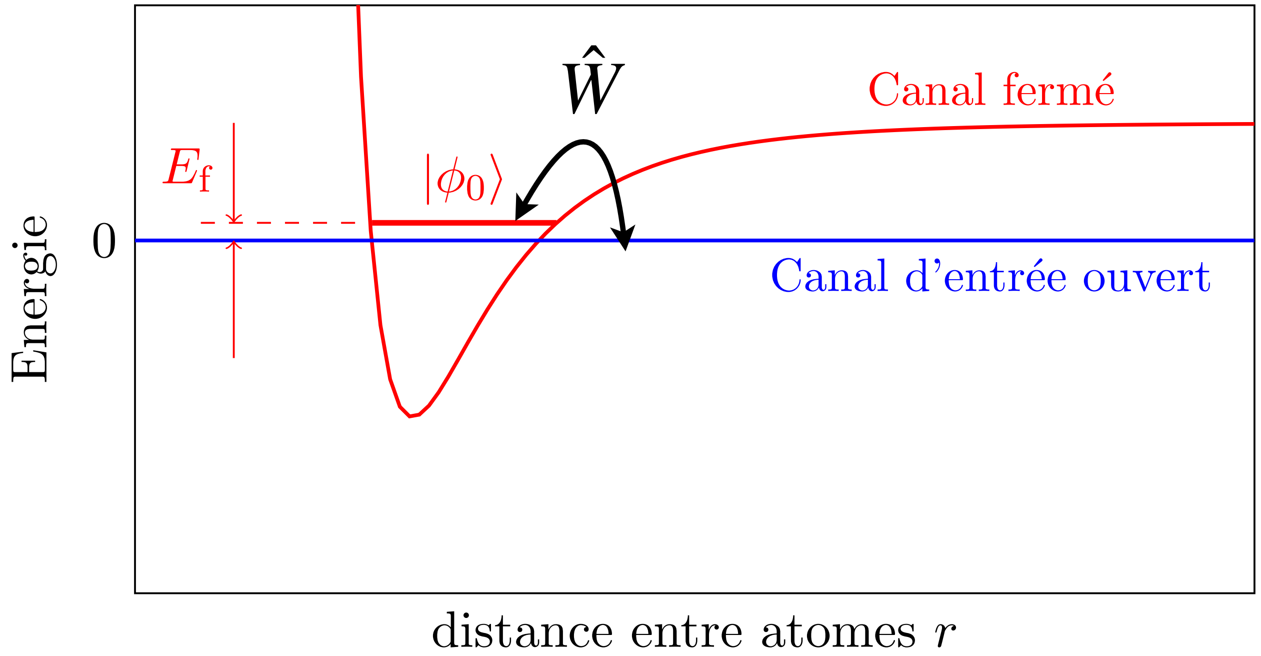
Résonance que l'énergie de $|\phi_0\rangle$ s'approche de la limite $V(+\infty)$ du canal d'entrée



Un modèle simple pour ces résonances

On adopte la configuration la plus simple possible à deux canaux :

- Pas d'interaction dans le canal ouvert $\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m_\mathrm{r}}$ $\qquad a_\mathrm{bg} = 0$
- Interaction dans le canal fermé : potentiel séparable associé à $\phi_0(\boldsymbol{r})$



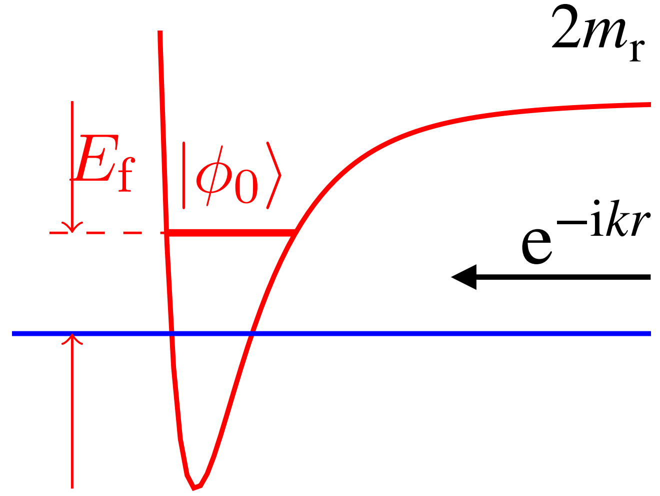
Couplage entre les canaux: $\hat{W}$

Paramètre de contrôle : E_f

Etat du système décrit par $\begin{pmatrix} \text{ouvert} \\ \text{ferme} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |\psi\rangle \\ |\phi\rangle \end{pmatrix}$ avec $\qquad |\phi\rangle = \alpha\,|\phi_0\rangle$

Le résultat du cours précédent

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_\mathrm{r}}$$



Amplitude de diffusion :

$$f(k) = \frac{g^2(k)}{E_\mathrm{f} - \delta E_\mathrm{f}(k) - E - \mathrm{i}k g^2(k)}$$

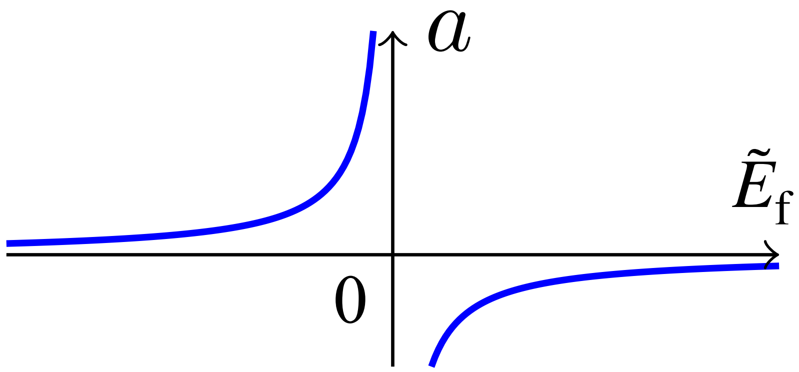
$$g(k) \propto \langle \boldsymbol{k} \,|\, \hat{W} \,|\, \phi_0 \rangle \;\propto\; \int \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}'} \underbrace{W(\boldsymbol{r}')\,\phi_0(\boldsymbol{r}')}_{\text{supposé isotrope}} \,\mathrm{d}^3 r'$$

$$\delta E_\mathrm{f}(k) = \frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{q^2}{q^2 - k^2}\, g^2(q)\,\mathrm{d}q$$

Longueur de diffusion :

Limite $k \to 0$: $\quad g(k) \to g_0 \qquad \delta E_\mathrm{f}(k) \to \Delta = \frac{2}{\pi}\int_0^{+\infty} g^2(q)\,\mathrm{d}q \quad > 0$

$$\lim_{k\to 0}\left[-f(k)\right] \equiv a = -\frac{g_0^2}{\tilde{E}_\mathrm{f}}$$ avec $\tilde{E}_\mathrm{f} = E_\mathrm{f} - \Delta$



Les buts de ce cours

Comprendre les effets physiques décrit par ce modèle

- Quel est le domaine utile pour les différents paramètres ?
- Notion de largeur de résonance

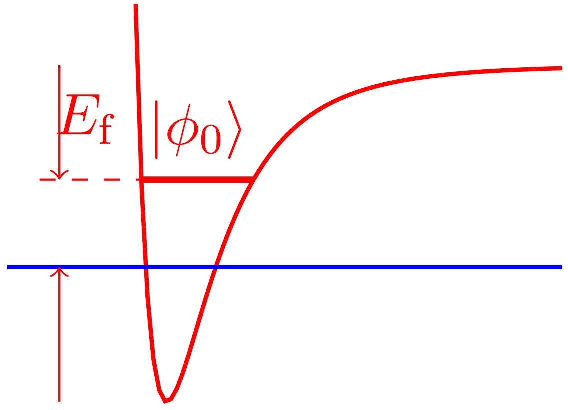
Une résonance bi-canal a-t-elle des propriétés similaires à celles des résonances mono-canal ?

Comment aller au delà de ce modèle simple ?

Décrire quelques expériences récentes

1.

Modélisation de la résonance

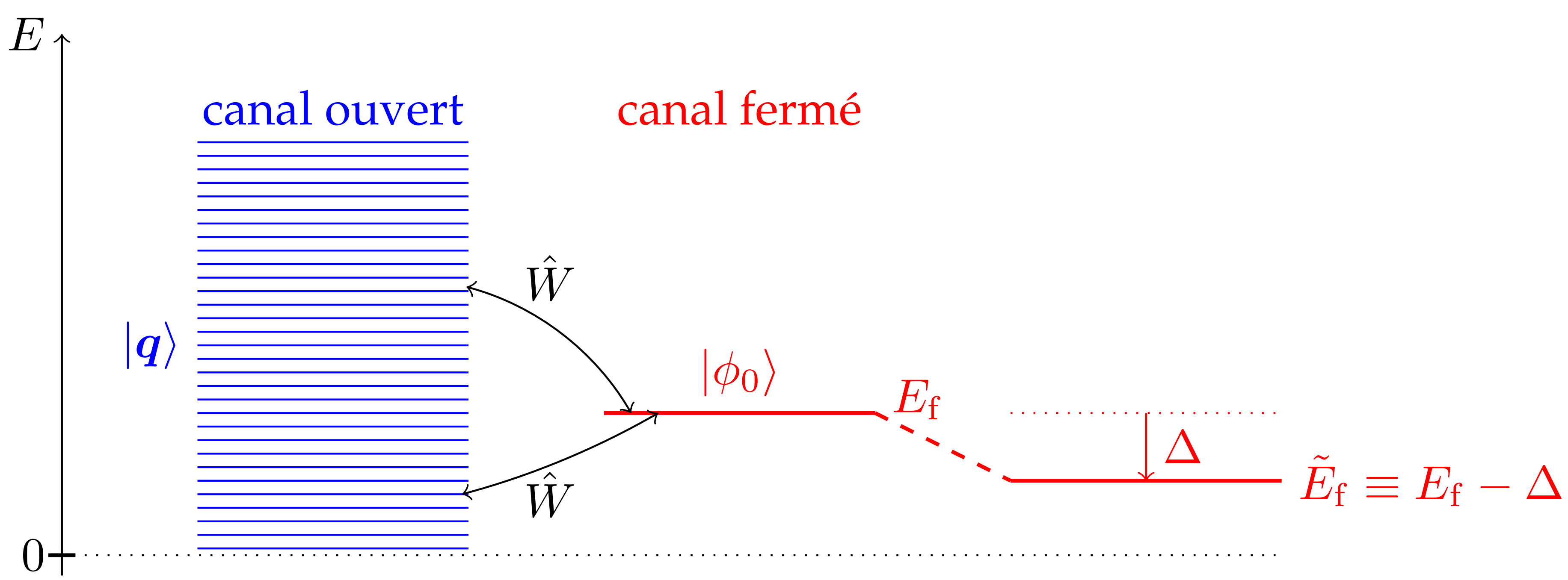


Le déplacement Δ

La longueur de diffusion s'écrit $a = -\dfrac{g_0^2}{\tilde{E}_\mathrm{f}}$ avec $\tilde{E}_\mathrm{f} \equiv E_\mathrm{f} - \Delta$ et $\Delta = \dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_0^{+\infty} g^2(q)\,\mathrm{d}q$

Résonance quand $\tilde{E}_\mathrm{f} = E_\mathrm{f} - \Delta = 0$ *et pas quand* $E_\mathrm{f} = 0$ *comme on aurait attendu naïvement*

La valeur trouvée pour Δ *correspond à l'ordre 2 de la théorie des perturbations quand* $E_\mathrm{f} \to 0$



Le déplacement Δ est un bon paramètre pour caractériser la force du couplage $\hat{W}$

Y a-t-il un état lié ?

- Recherche directe par résolution de l'eq. de Schrödinger à 2 canaux (cf. appendice)
- Pôle(s) de l'amplitude de diffusion

On se limite ici aux basses énergies $E = \hbar^2 k^2 / 2m_\mathrm{r}$

$$f(k) = \frac{g^2(k)}{E_\mathrm{f} - \delta E_\mathrm{f}(k) - E - \mathrm{i}k g^2(k)} \xrightarrow{\text{ordre 1 en k}} f(k) = \frac{g_0^2}{\underbrace{E_\mathrm{f} - \Delta}_{\tilde{E}_\mathrm{f}} - \mathrm{i}k g_0^2}$$

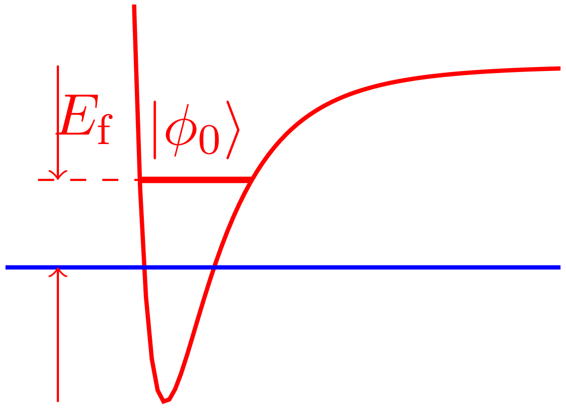
Un pôle imaginaire pur : $k = -\mathrm{i}\dfrac{\tilde{E}_\mathrm{f}}{g_0^2} = \dfrac{\mathrm{i}}{a}$ $\qquad \dfrac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}kr}}{r} \to \dfrac{\mathrm{e}^{-r/a}}{r}$

acceptable comme état lié ssi $a > 0$

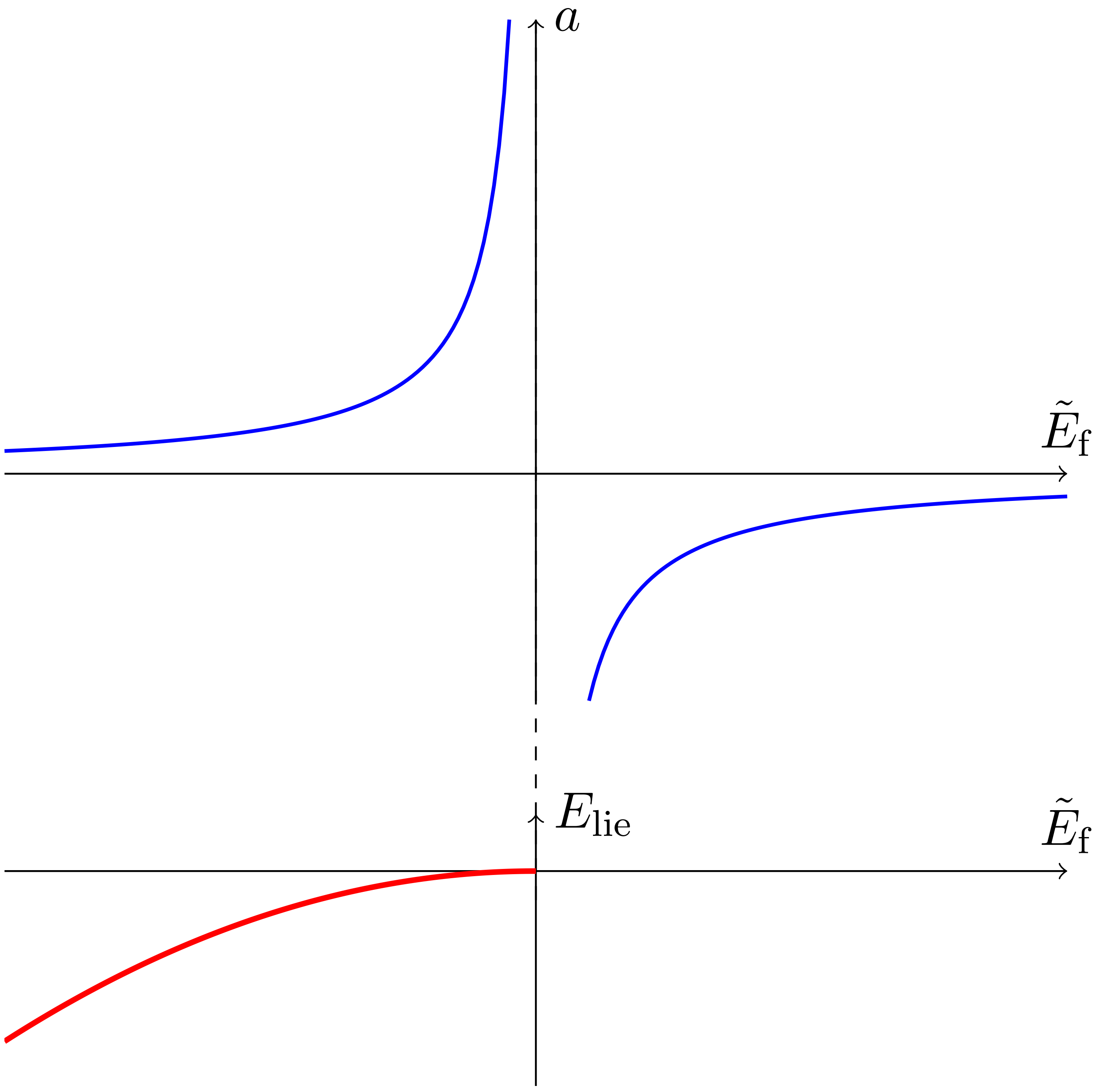
Energie de cet état lié : $E = \dfrac{\hbar^2 k^2}{2m_\mathrm{r}} = -\dfrac{\hbar^2}{2m_\mathrm{r} a^2}$

Régime "universel"

Résonance et état lié



$$\tilde{E}_{\rm f} = E_{\rm f} - \Delta$$



$$a = -\frac{g_0^2}{\tilde{E}_{\rm f}}$$

$$E_{\rm lie} = -\frac{\hbar^2}{2m_{\rm r}a^2}$$

La plage sur laquelle cette “loi universelle” est valable sera déterminée par la largeur de la résonance

Les paramètres physiquement pertinents

Longueur et énergie caractéristiques pour le problème de van der Waals

$$R_{\mathrm{vdW}} = \frac{1}{2}\left(\frac{2m_{\mathrm{r}}C_6}{\hbar^2}\right)^{1/4} \qquad E_{\mathrm{vdW}} = \frac{\hbar^2}{2m_{\mathrm{r}}R_{\mathrm{vdW}}^2}$$

- On a supposé une longueur de diffusion nulle dans le canal ouvert, mais on peut s'attendre à ce qu'elle soit en fait $\sim R_{\mathrm{vdW}}$

- L'énergie E_{vdW} va servir d'échelle pour mesurer les deux paramètres importants Δ et $\tilde{E}_{\mathrm{f}}$

$\dfrac{\Delta}{E_{\mathrm{vdW}}}$: force du couplage $\qquad$ $\dfrac{\tilde{E}_{\mathrm{f}}}{E_{\mathrm{vdW}}}$: écart à résonance

Ordre de grandeur de Δ :

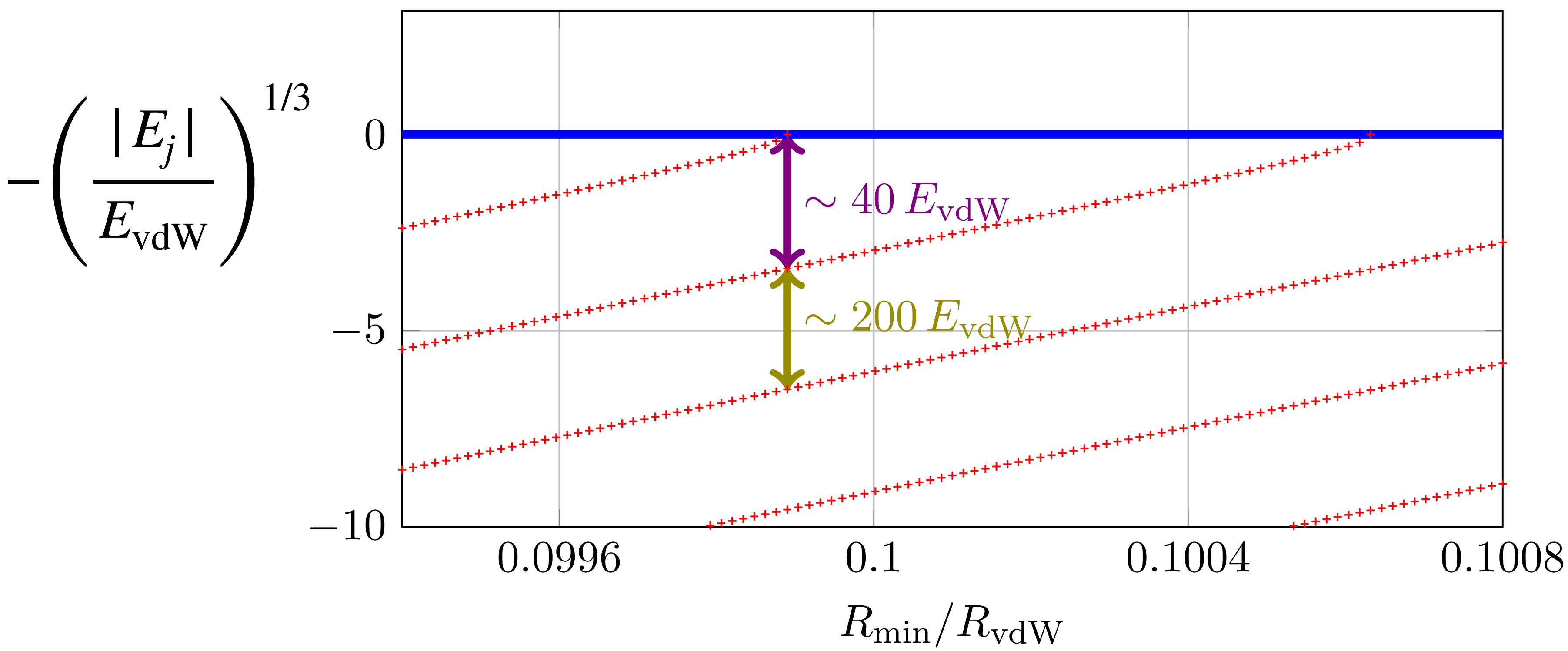
$$\Delta = \frac{2}{\pi}\int_0^{+\infty} g^2(q)\ \mathrm{d}q = g_0^2\ \bar{q} \sim \frac{g_0^2}{R_{\mathrm{vdW}}} \qquad g(q) \propto \int \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}'}\, W(\boldsymbol{r}')\,\phi_0(\boldsymbol{r}')\ \mathrm{d}^3r'$$

$\Delta \sim g_0^2 / R_{\mathrm{vdW}}$

Domaine utile pour ces paramètres

Critère 1 : la résonance avec l'état $|\phi_0\rangle$ doit être bien isolée

Le déplacement Δ de l'état lié considéré doit rester inférieur à l'écart entre $|\phi_0\rangle$ et les autres états liés du canal fermé



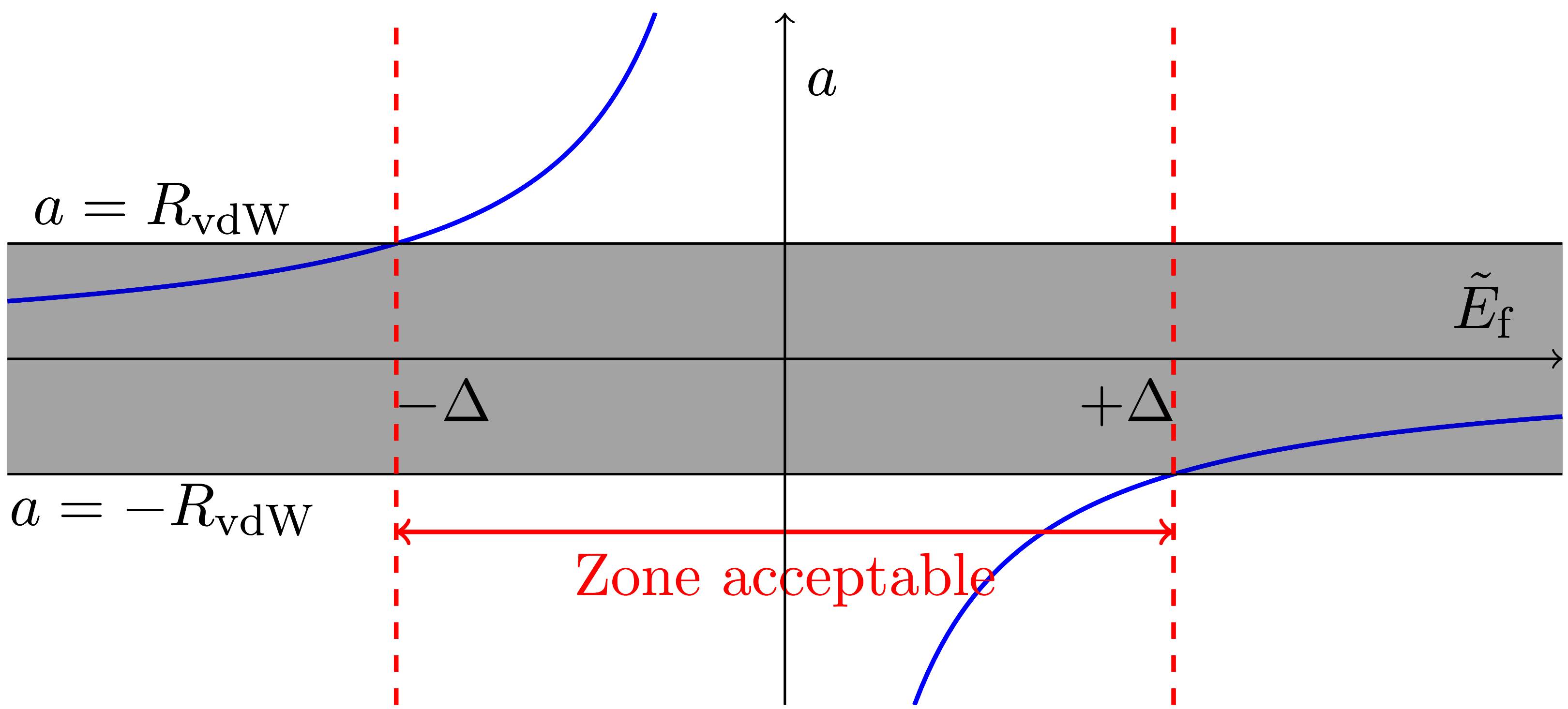
On devra se restreindre à $\frac{\Delta}{E_{\mathrm{vdW}}} \lesssim 100$

$\Delta \sim g_0^2/R_{\mathrm{vdW}}$

Domaine utile pour ces paramètres (2)

Critère 2 : la longueur de diffusion a prédite par notre modèle n'est pertinente que si elle domine la longueur de diffusion “naturelle” $\sim R_{\mathrm{vdW}}$ du canal ouvert

$$a = -\frac{g_0^2}{\tilde{E}_{\mathrm{f}}}$$

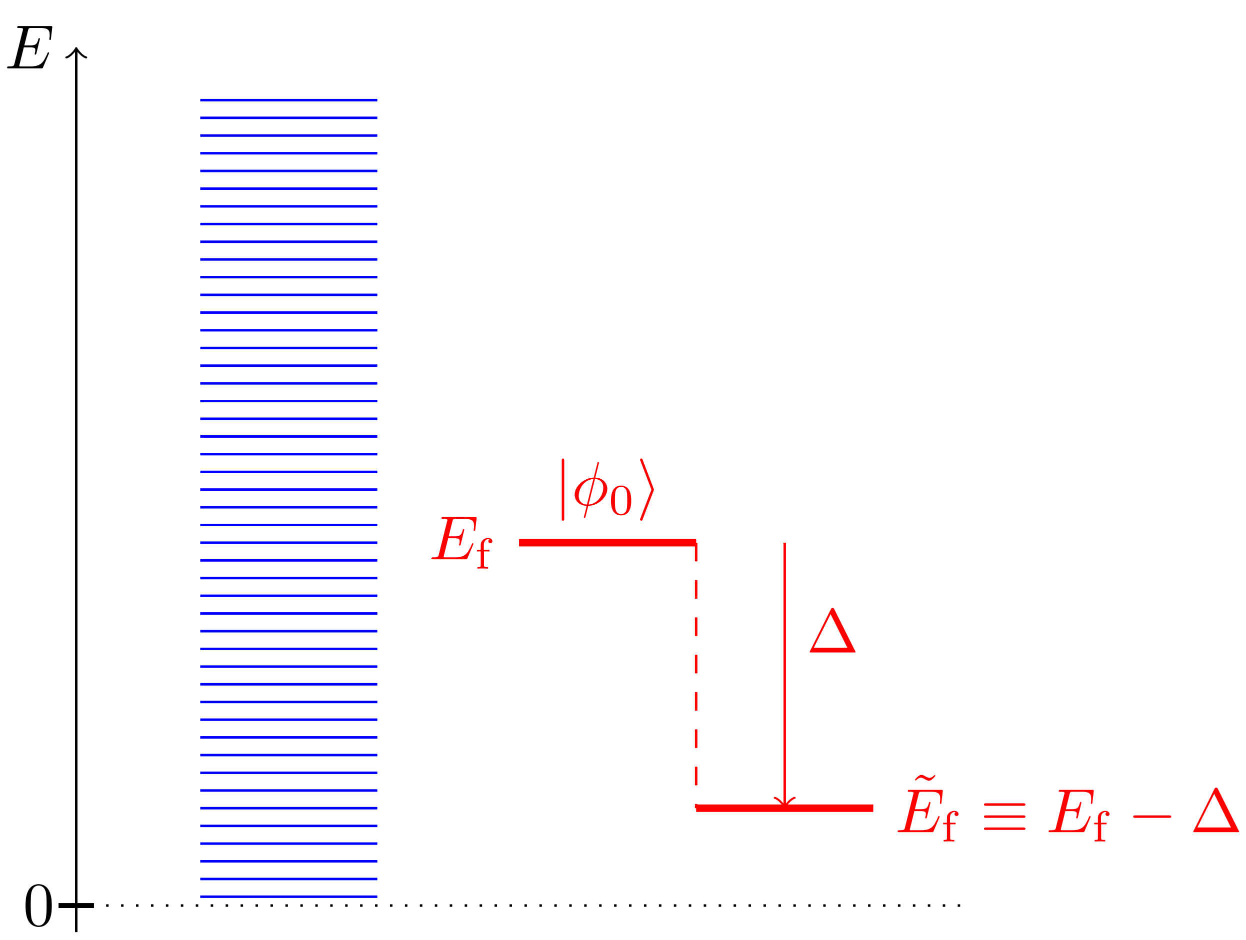


La valeur $|a| \sim R_{\mathrm{vdW}}$ est atteinte pour $|\tilde{E}_{\mathrm{f}}| \sim \dfrac{g_0^2}{R_{\mathrm{vdW}}} \sim \Delta$

On va imposer $|E_{\mathrm{f}}| \lesssim \Delta$

2.

Résonances larges, résonance étroites



Résonance large : $\dfrac{\Delta}{E_{\mathrm{vdW}}} \gg 1$

Résonance étroite : $\dfrac{\Delta}{E_{\mathrm{vdW}}} \ll 1$

coïncide avec le critère de Chin *et al.* (2010)

$$s_{\mathrm{res}} \approx \frac{\Delta}{E_{\mathrm{vdW}}}$$

^{6}Li : $s_{\mathrm{res}} \approx 60$ ^{23}Na : $s_{\mathrm{res}} \approx 0.1$

Pourquoi le critère $\Delta \gg E_{\mathrm{vdW}}$ ou $\Delta \ll E_{\mathrm{vdW}}$ est pertinent

Recherche des états liés via le (ou les) pôle(s) de $f(k) = \dfrac{g^2(k)}{E_\mathrm{f} - \delta E_\mathrm{f}(k) - E - \mathrm{i}kg^2(k)}$

Ordre 0 en k : $f(0) = -a = \dfrac{g_0^2}{E_\mathrm{f} - \Delta} \quad \rightarrow \quad \dfrac{g_0^2}{\tilde{E}_\mathrm{f}}$

Ordre 1 en k : $f(k) \approx \dfrac{g_0^2}{\tilde{E}_\mathrm{f} - \mathrm{i}kg_0^2} \longrightarrow$ pôle en $k = \mathrm{i}/a$

loi universelle en $E_{\mathrm{lie}} = -\hbar^2 / 2m_\mathrm{r}a^2$

Ordre 2 en k :

$\longrightarrow$ Corrections issues de $\begin{cases} g(k) \approx g_0\left(1 + \nu k^2\right) \\ \delta E_\mathrm{f} \approx \Delta\left(1 + \nu' k^2\right) \end{cases}$ $\qquad \nu, \nu' \sim R_{\mathrm{vdW}}^2$

corrections de type "portée effective"

$\longrightarrow$ Contribution de $E = \hbar^2 k^2 / 2m_\mathrm{r}$

spécifique à cette résonance bi-canal

Pourquoi le critère $\Delta \gg E_{\mathrm{vdW}}$ ou $\Delta \ll E_{\mathrm{vdW}}$ est pertinent (2)

Recherche des états liés via le (ou les) pôle(s) de $$f(k) = \frac{g^2(k)}{E_\mathrm{f} - \delta E_\mathrm{f}(k) - E - \mathrm{i}kg^2(k)}$$

Pôle à l'ordre 2 en k : la présence de $E = \hbar^2 k^2 / 2m_\mathrm{r}$ est elle importante ?

Il faut comparer $\dfrac{\hbar^2 k^2}{2m_\mathrm{r}}$ à $\left|\mathrm{i}kg_0^2\right|$ pour $k \lesssim 1/R_{\mathrm{vdW}}$

$$\frac{\hbar^2}{2m_\mathrm{r}R_{\mathrm{vdW}}^2} = E_{\mathrm{vdW}} \qquad\qquad \frac{g_0^2}{R_{\mathrm{vdW}}} \sim \Delta$$

Pour une résonance large, on peut ignorer la contribution de E sur toute la plage pertinente pour k : les corrections au "régime universel" sont de type *portée effective*

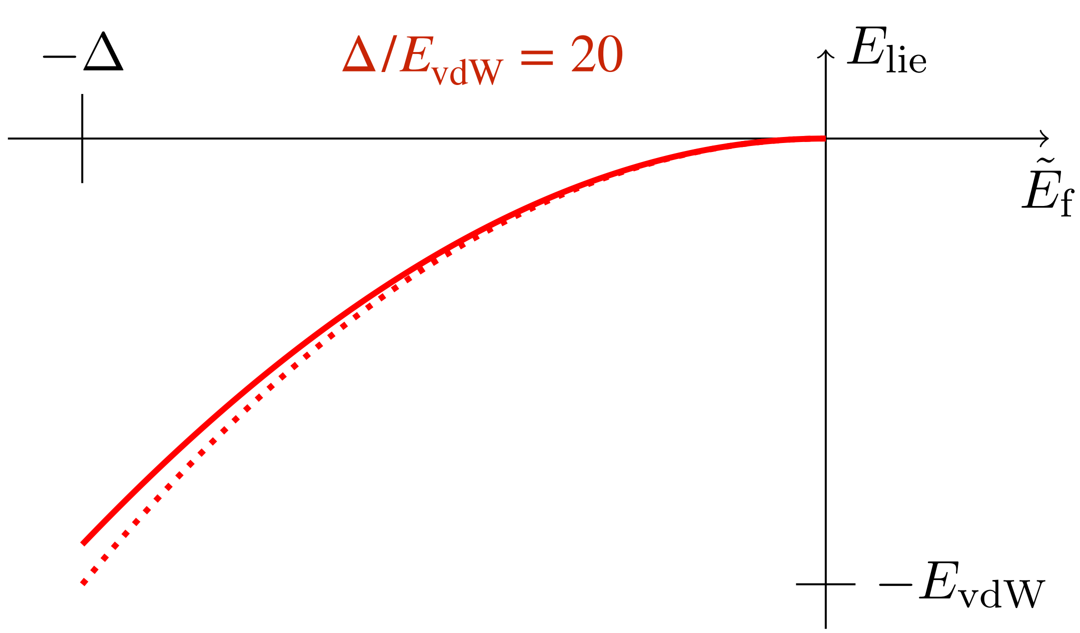
Pour une résonance étroite, la contribution de E sera essentielle même pour $k \ll 1/R_{\mathrm{vdW}}$

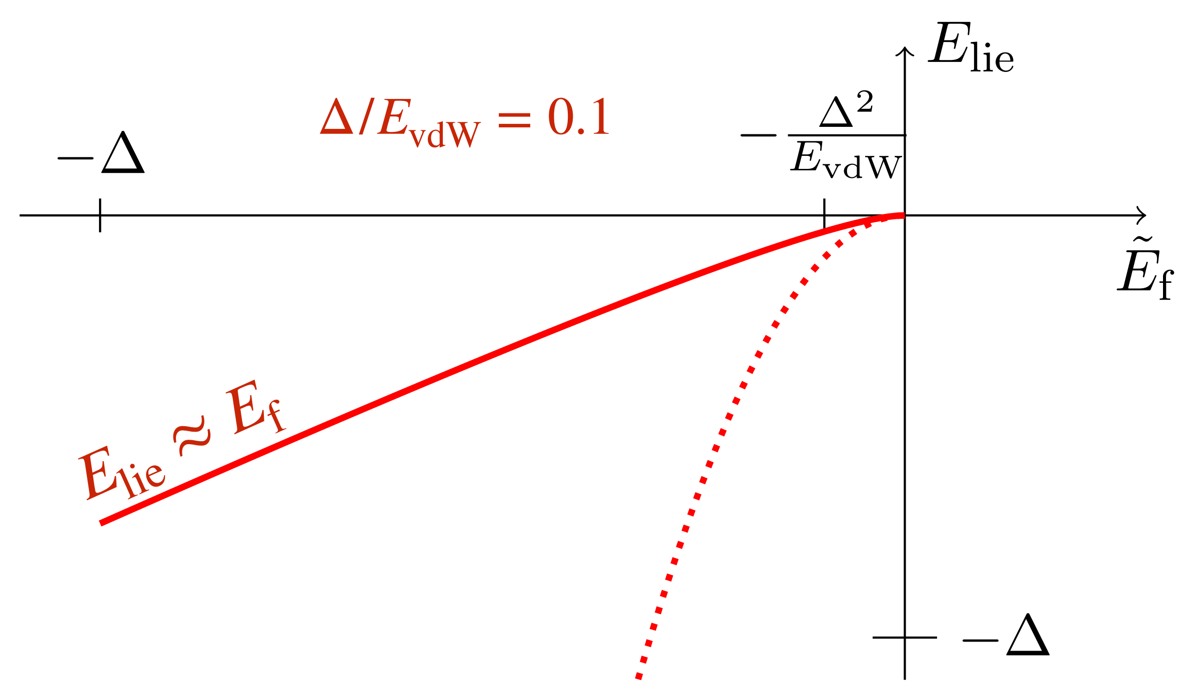
Energie de l'état lié (côté $a > 0$)

Négligeons les variations de $g(k)$ et de $\delta E_{\mathrm{f}}(k)$ pour nous concentrer sur la contribution de $E = \hbar^2 k^2 / 2m_{\mathrm{r}}$

Le pôle de $f(k)$ est obtenu en résolvant l'équation du second degré

$$X^2 + \left(\frac{\Delta}{E_{\mathrm{vdW}}}\right) X + \left(\frac{\tilde{E}_{\mathrm{f}}}{E_{\mathrm{vdW}}}\right) = 0 \qquad X = -\mathrm{i}kR_{\mathrm{vdW}} \quad > 0$$



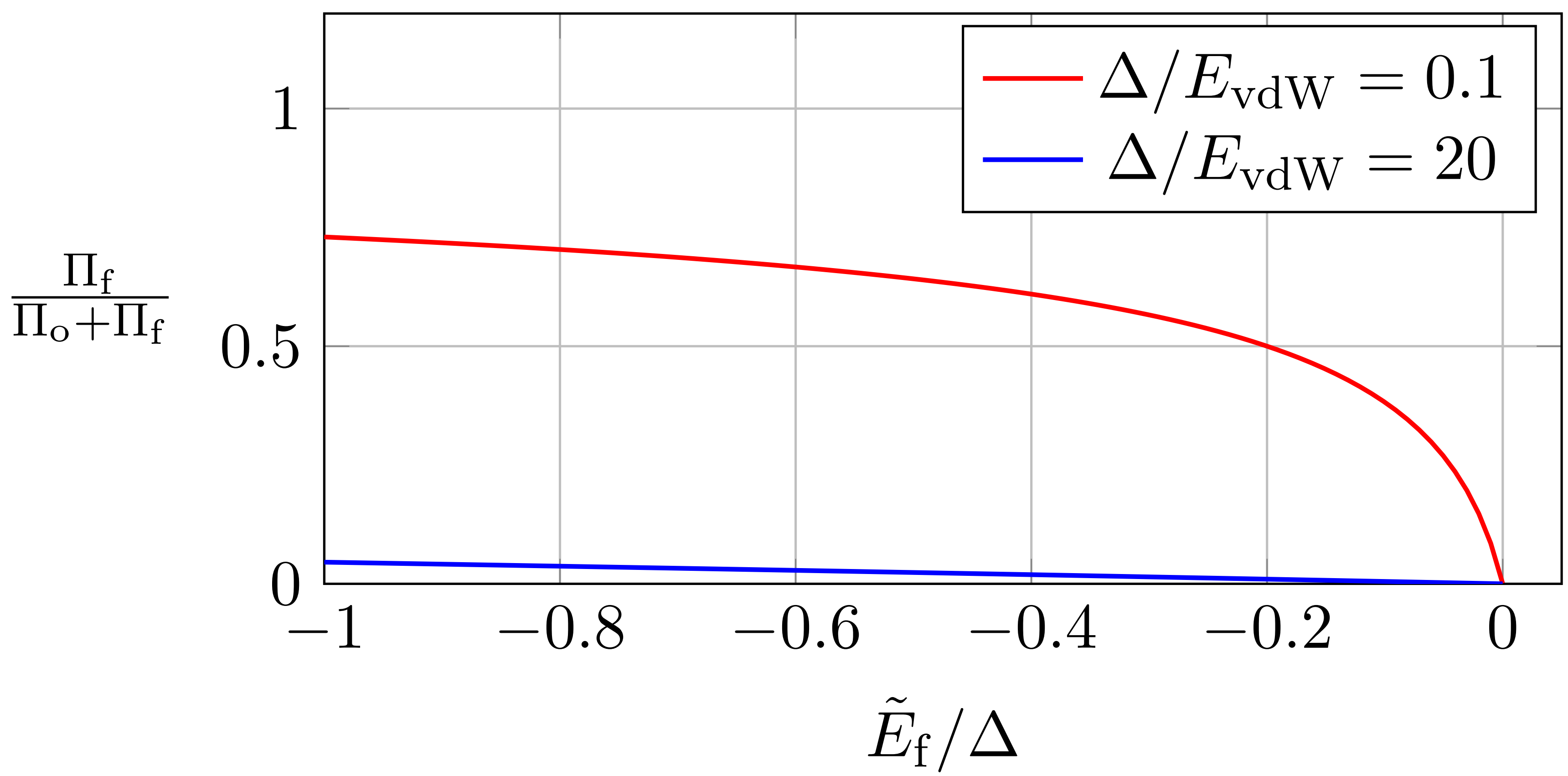


Large : $E_{\mathrm{lie}} \approx -\hbar^2/2m_{\mathrm{r}}a^2$

étroit : $|E_{\mathrm{lie}}| \ll \hbar^2/2m_{\mathrm{r}}a^2$

Population du canal fermé pour cet état lié

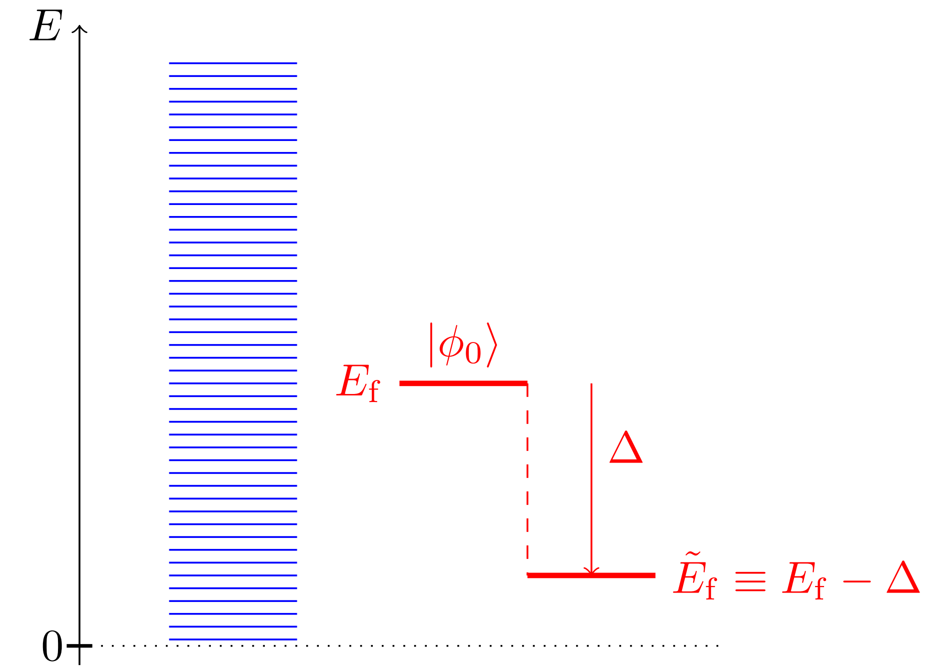
$$\begin{pmatrix}\text{ouvert}\\ \text{ferme}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}|\psi\rangle \\ \alpha\,|\phi_0\rangle\end{pmatrix} \qquad \frac{\Pi_{\mathrm{f}}}{\Pi_{\mathrm{o}}+\Pi_{\mathrm{f}}} = \frac{|\alpha|^2}{\langle\psi|\psi\rangle + |\alpha|^2}$$



La population du canal fermé est négligeable sur toute la plage $|\tilde{E}_{\mathrm{f}}| \lesssim \Delta$ pour une résonance large

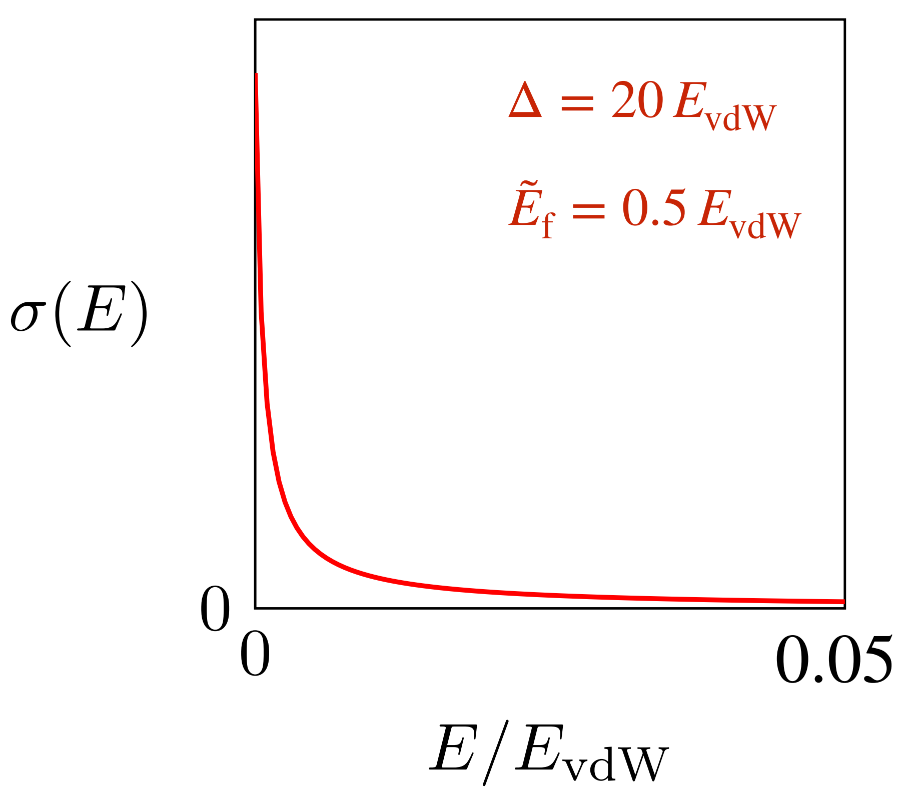
Elle est rapidement très significative pour une résonance étroite

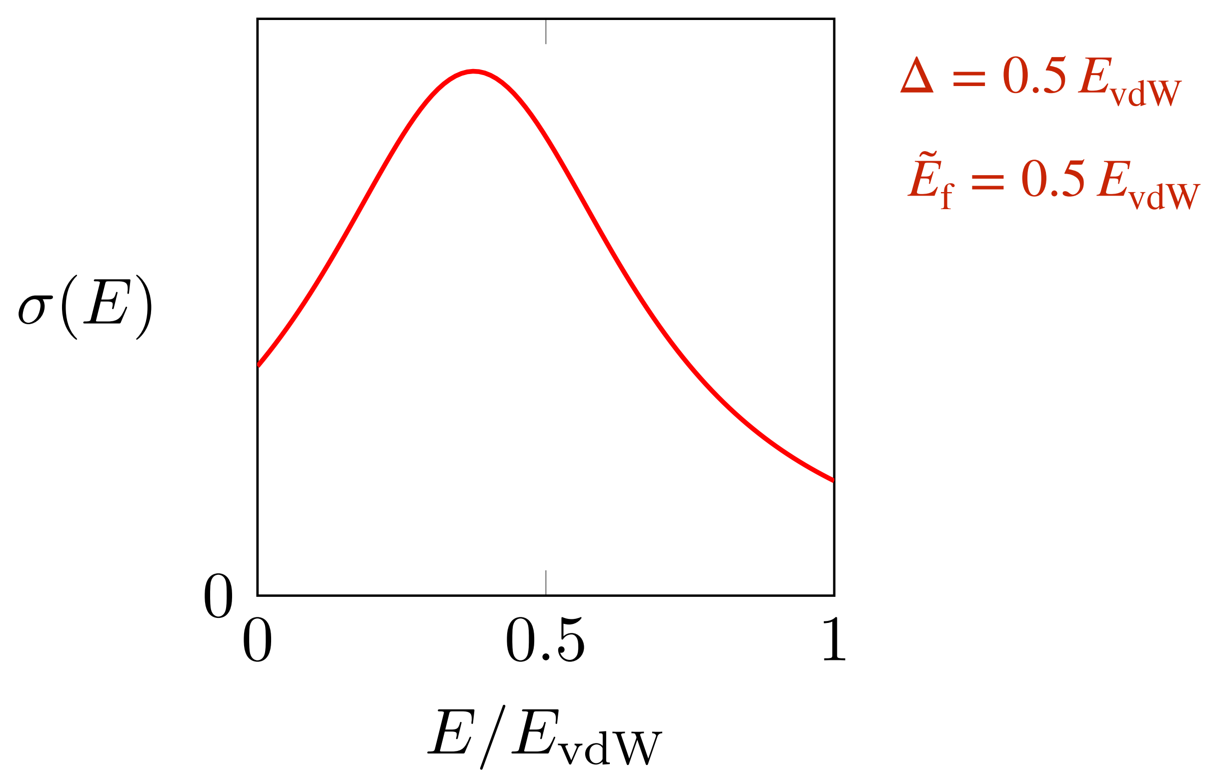
Forme de la résonance pour $a < 0$



Bosons polarisés :

$$\sigma(E) = 8\pi\,|f(E)|^2 = 8\pi \frac{g_0^4}{(\tilde{E}_\mathrm{f} - E)^2 \;+\; (2m_\mathrm{r} g_0^4/\hbar^2)\,E} \qquad f(E) = \frac{g_0^2}{\tilde{E}_\mathrm{f} - E - \mathrm{i}k g_0^2}$$

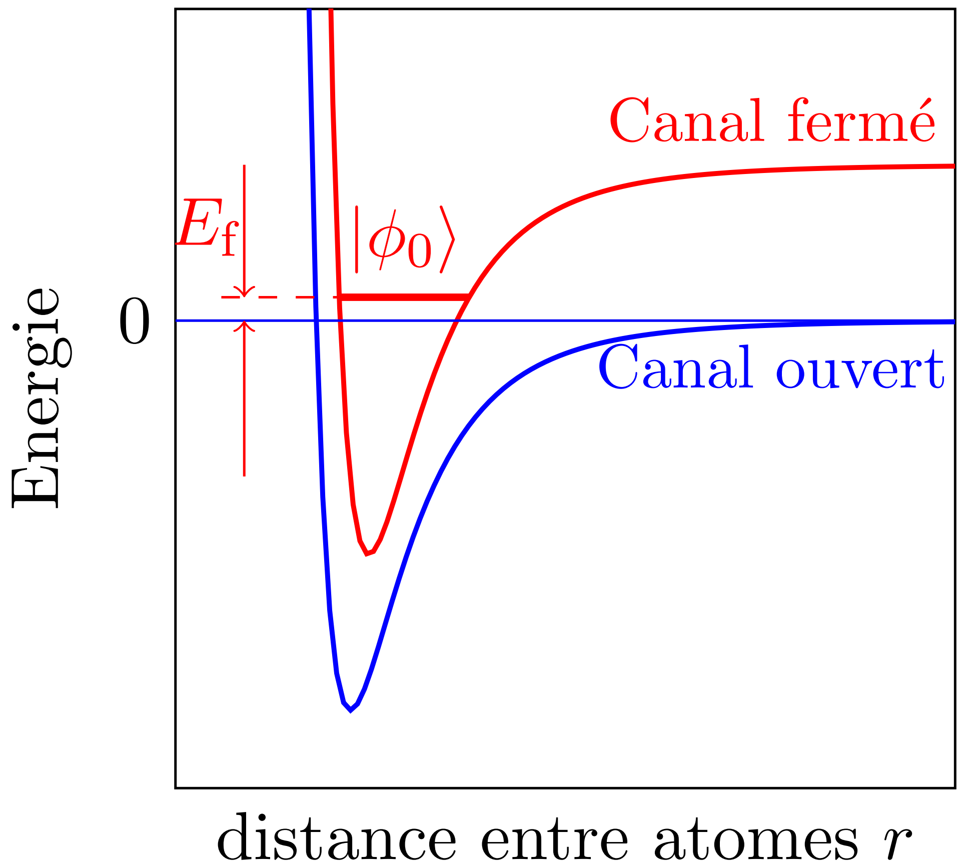




3.

Modélisations et approches quantitatives

L'approche "résonance isolée" standard



On conserve une modélisation à deux canaux

$$\begin{pmatrix}\text{ouvert}\\ \text{ferme}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}|\psi\rangle\\ |\phi\rangle\end{pmatrix} \qquad |\phi\rangle = \alpha\,|\phi_0\rangle$$

Recherche des états propres par résolution de

$$\left(\hat{H}_0 + \hat{V}\right)|\psi\rangle + \hat{W}\,|\phi\rangle = E\,|\psi\rangle$$
$$\hat{W}\,|\psi\rangle + E_{\mathrm{f}}\,|\phi\rangle = E\,|\phi\rangle$$

On peut écrire formellement le résultat pour la longueur de diffusion comme :

$$a = a_{\mathrm{bg}} - \frac{C}{\tilde{E}_{\mathrm{f}}}$$

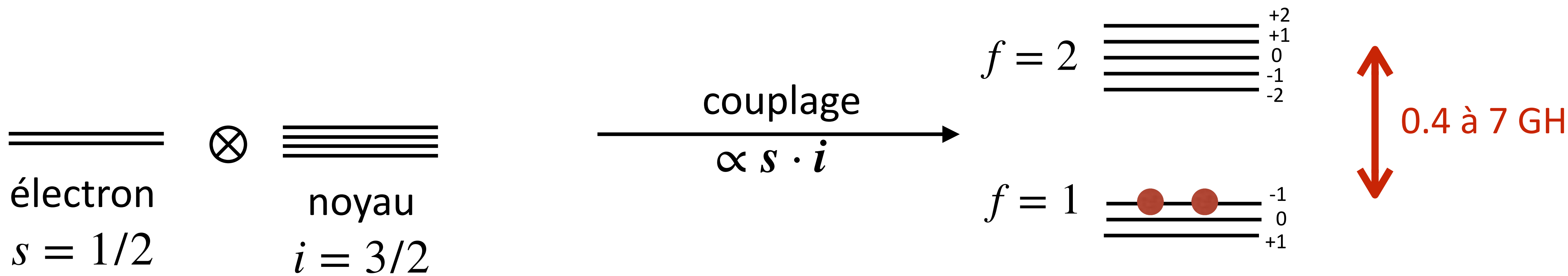
Le coefficient C fait intervenir l'opérateur de Green du canal ouvert

Modélisation par canaux couplés

Incontournable si on souhaite faire des calculs précis…

Exemple : collision de deux atomes alcalins (^{7}Li, ^{23}Na, ^{39}K,^{87}Rb) dans un champ magnétique $\parallel z$

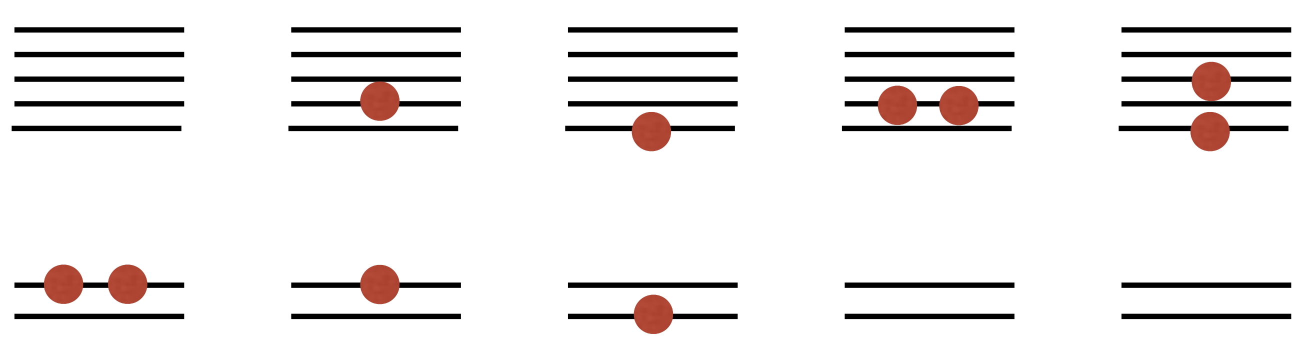
Existence de plusieurs canaux due à la structure hyperfine de chaque atome



On prépare chaque atome dans l'état $|f = 1, m = -1\rangle$

Loi de conservation : l'opérateur $\hat{M} = \hat{s}_{1z} + \hat{i}_{1z} + \hat{s}_{2z} + \hat{i}_{2z}$ commute avec l'hamiltonien

L'état initial est tel que $M = -2$, mais il y a 4 autres façons d'obtenir cette valeur !



5 canaux couplés,
1 ouvert et 4 fermés

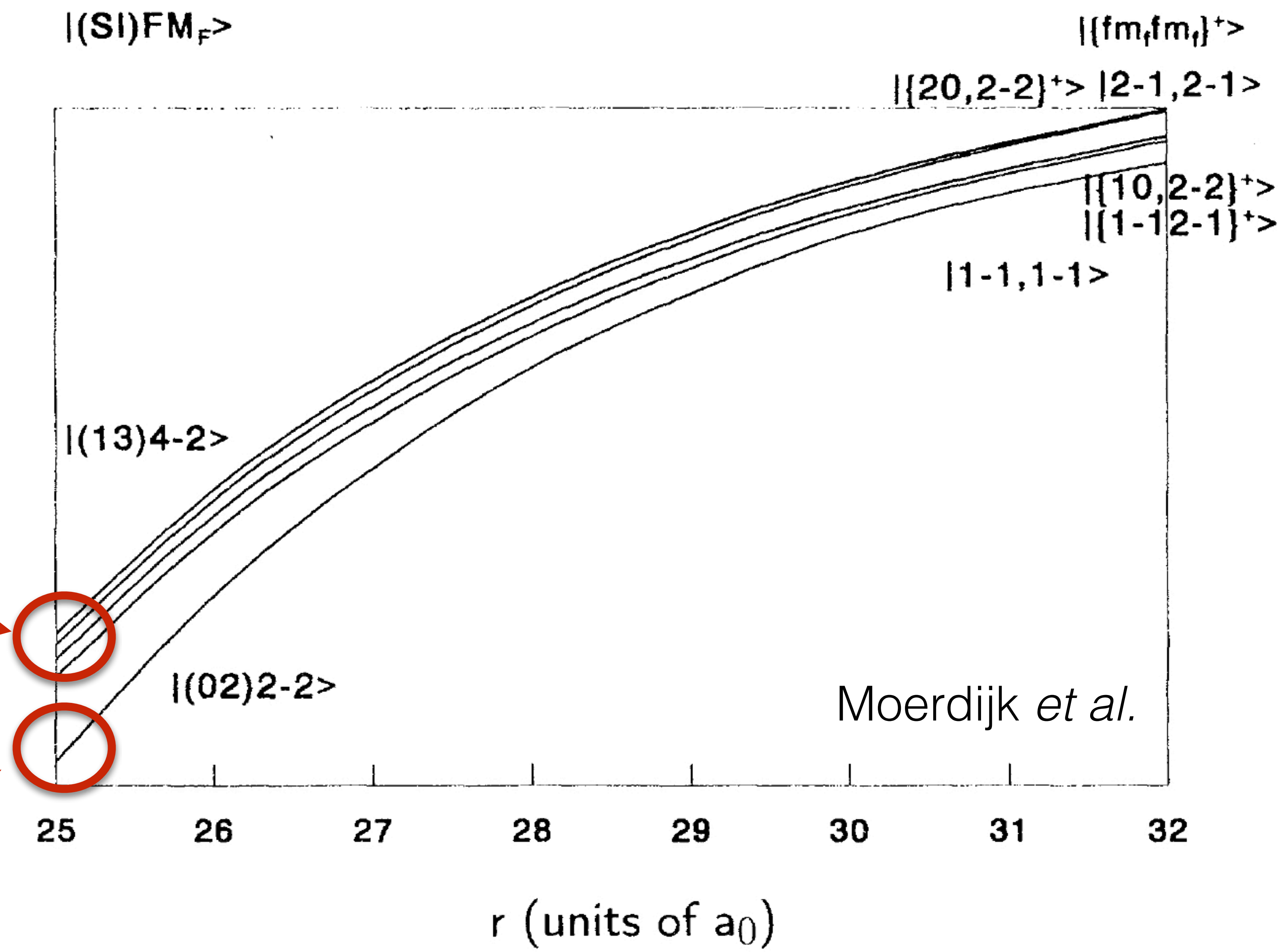
Modélisation par canaux couplés (2)

Spin électronique total : $\hat{\boldsymbol{S}} = \hat{\boldsymbol{s}}_1 + \hat{\boldsymbol{s}}_2$

Spin nucléaire total : $\hat{\boldsymbol{I}} = \hat{\boldsymbol{i}}_1 + \hat{\boldsymbol{i}}_2$

états triplet : $S = 1$

état singulet : $S = 0$



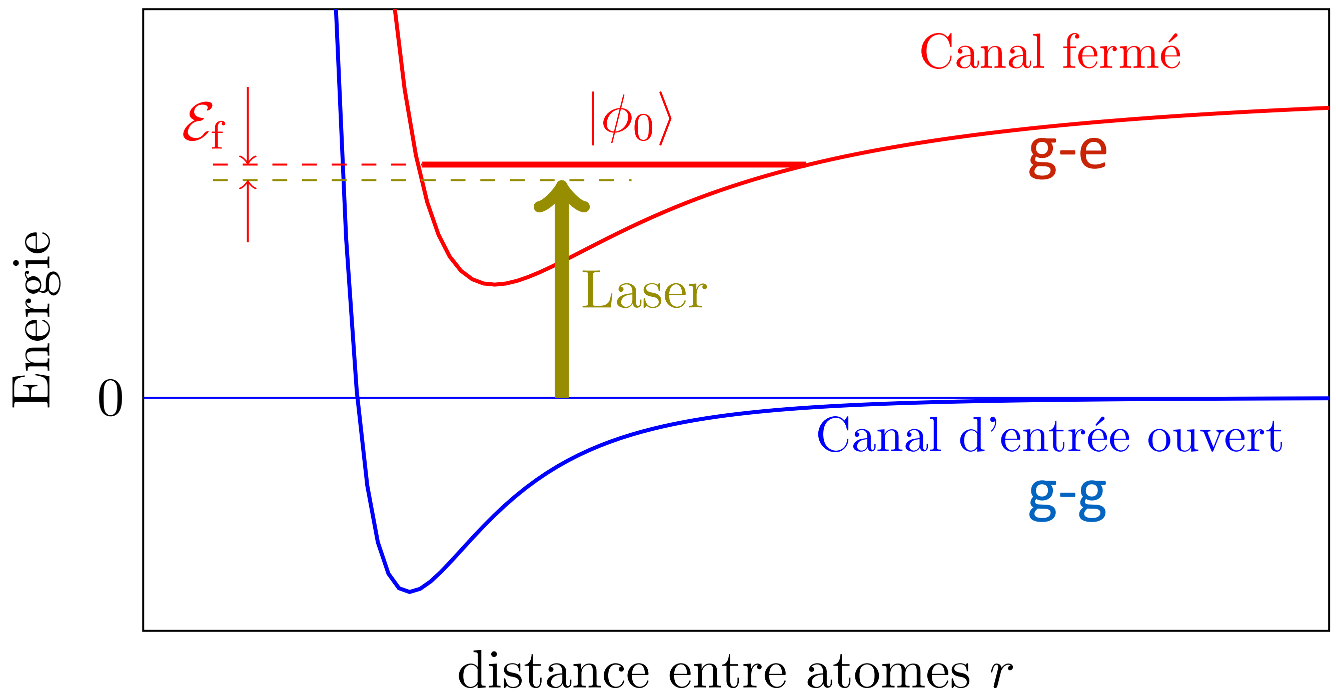
Résolution du problème collisionnel à partir de 5 équations de Schrödinger couplées

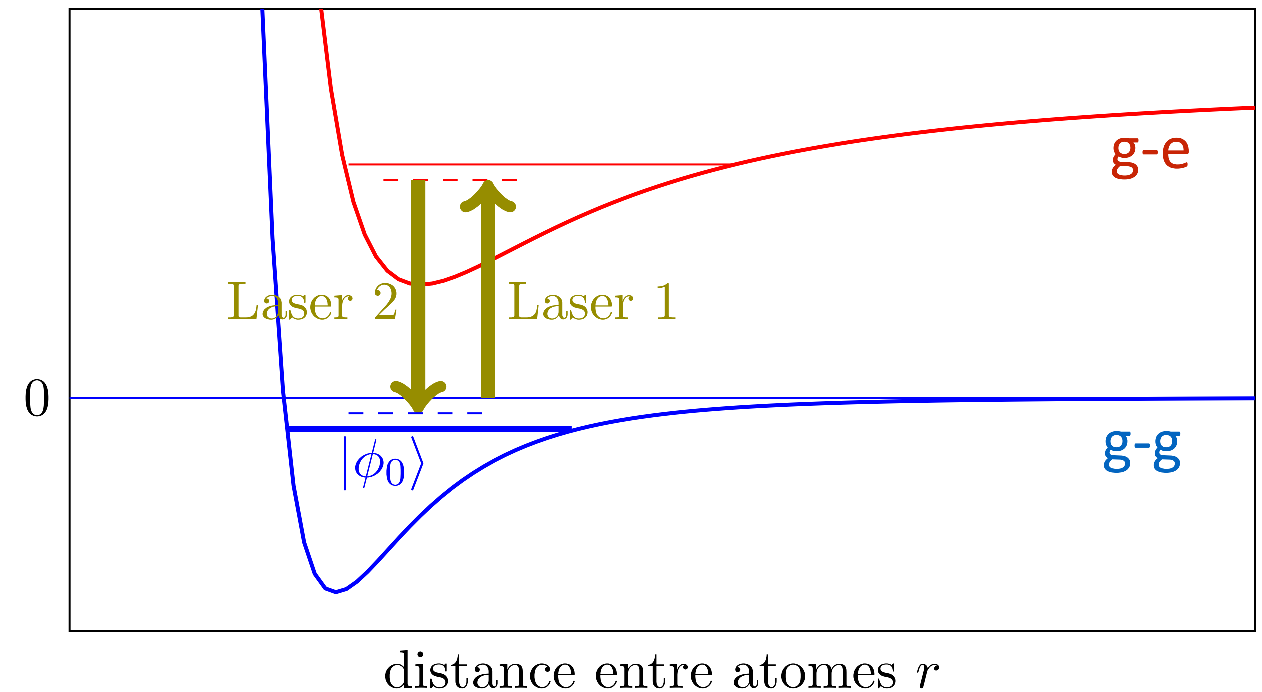
La nature du couplage $\hat{W}$ dépend du choix de la base de travail

Naidon & Pricoupenko (2019)

Les résonances de Fano-Feshbach optiques

Le couplage $\hat{W}$ est créé par un (ou deux) faisceau lumineux



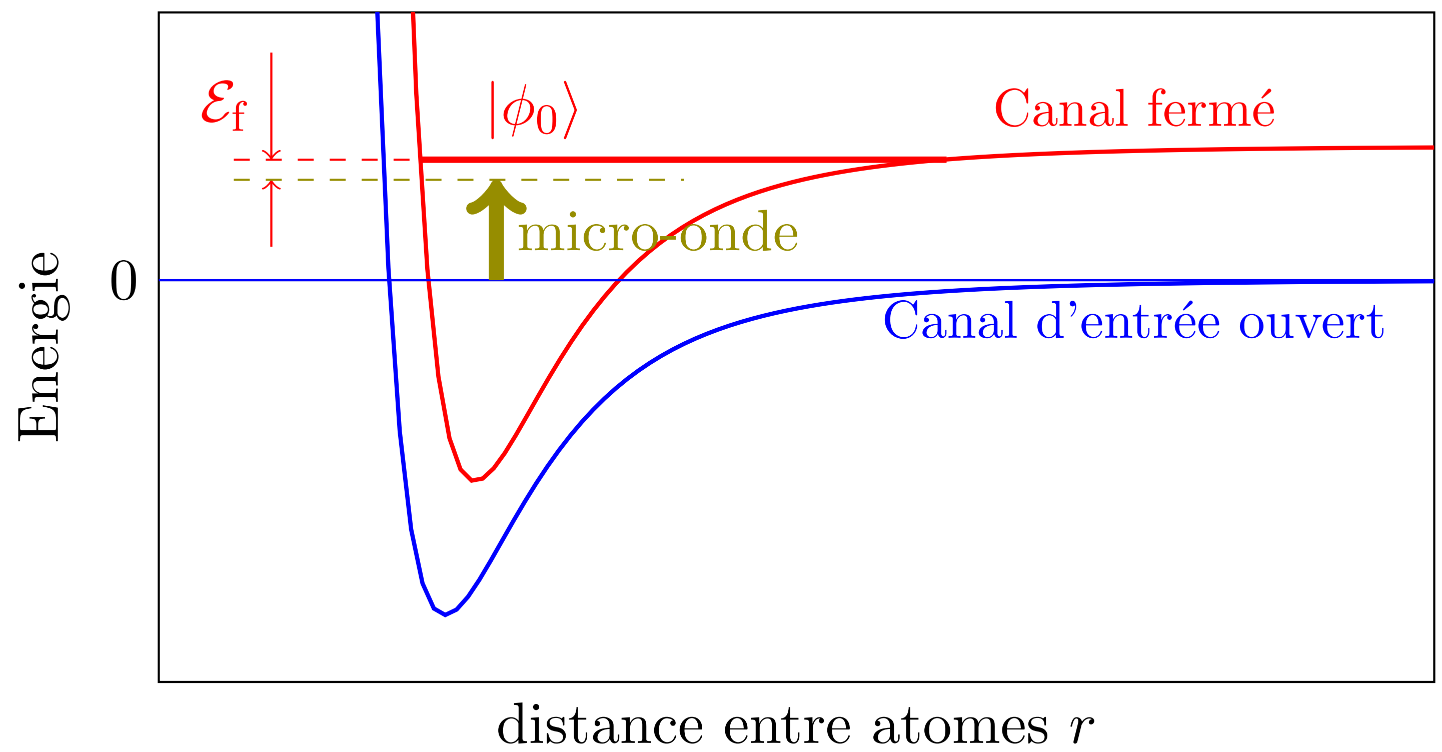


Proposé par Fedichev *et al.*, observé par Theis *et al.*, Thalhammer *et al.* (Innsbruck)

Dans les deux configurations, l'émission spontanée joue un rôle non négligeable

⟶ chauffage dû au recul aléatoire d'un atome qui diffuse un photon

Utilisation d'un champ micro-onde ou radio-fréquence



Proposé par Papoular *et al.*, voir aussi Kaufman *et al.*, Tscherbul *et al.*

Pas d'émission spontanée !

$\lambda_{\mathrm{micro-onde}} \ggg R_{\mathrm{vdW}}$: l'opérateur de couplage $\hat{W}$ est indépendant de r

$$\langle \phi_0 | \hat{W} | \psi_{\boldsymbol{k}}^{\mathrm{ouv}} \rangle \approx W \langle \phi_0 | \psi_{\boldsymbol{k}}^{\mathrm{ouv}} \rangle$$

Les états $|\phi_0\rangle$ et $|\psi_{\boldsymbol{k}}^{\mathrm{ouv}}\rangle$ sont états propres des hamiltoniens des canaux fermés et ouverts

Il faut que ces hamiltoniens soient notablement différents l'un de l'autre pour que les états ne soient pas orthogonaux : $a_{\mathrm{singulet}} \neq a_{\mathrm{triplet}}$

4.

Quelques expériences récentes

Mesures de précision sur le potassium 39

Chapurin *et al.*, 2019 (Boulder)

Atomes préparés dans l'état $|f=1, m=-1\rangle$; on balaye le champ $\boldsymbol{B}$ sur la résonance

Transfert adiabatique vers une assemblée de dimères

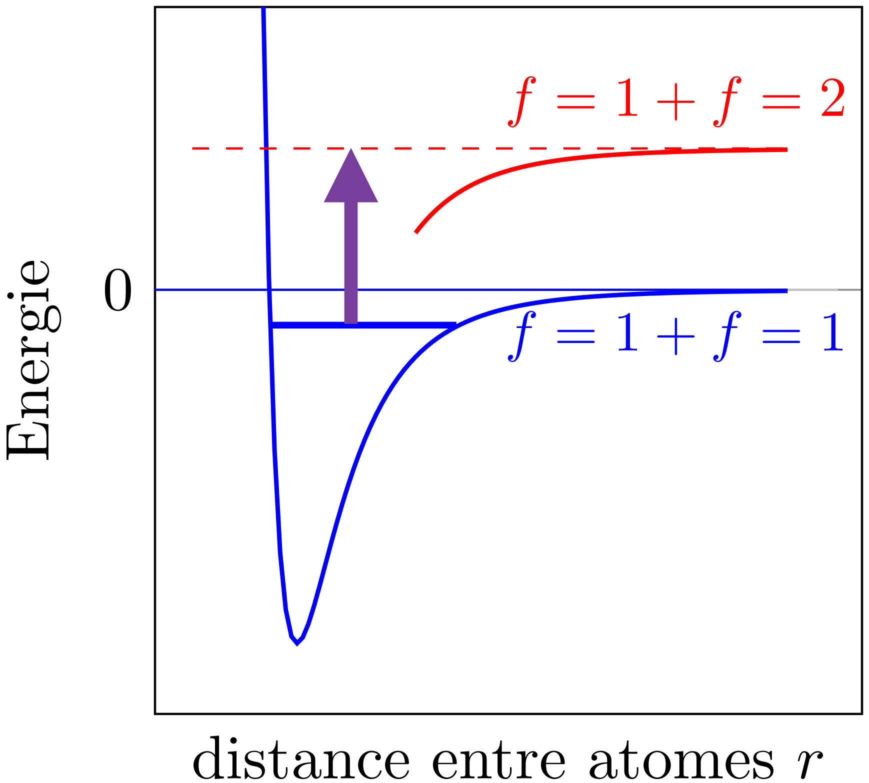
10^5 atomes @ 300 nK $\longrightarrow$ $\sim 10^4$ dimères

Les atomes isolés restants sont éliminés par un faisceau lumineux pousseur

Détection : on casse les dimères par une radiofréquence

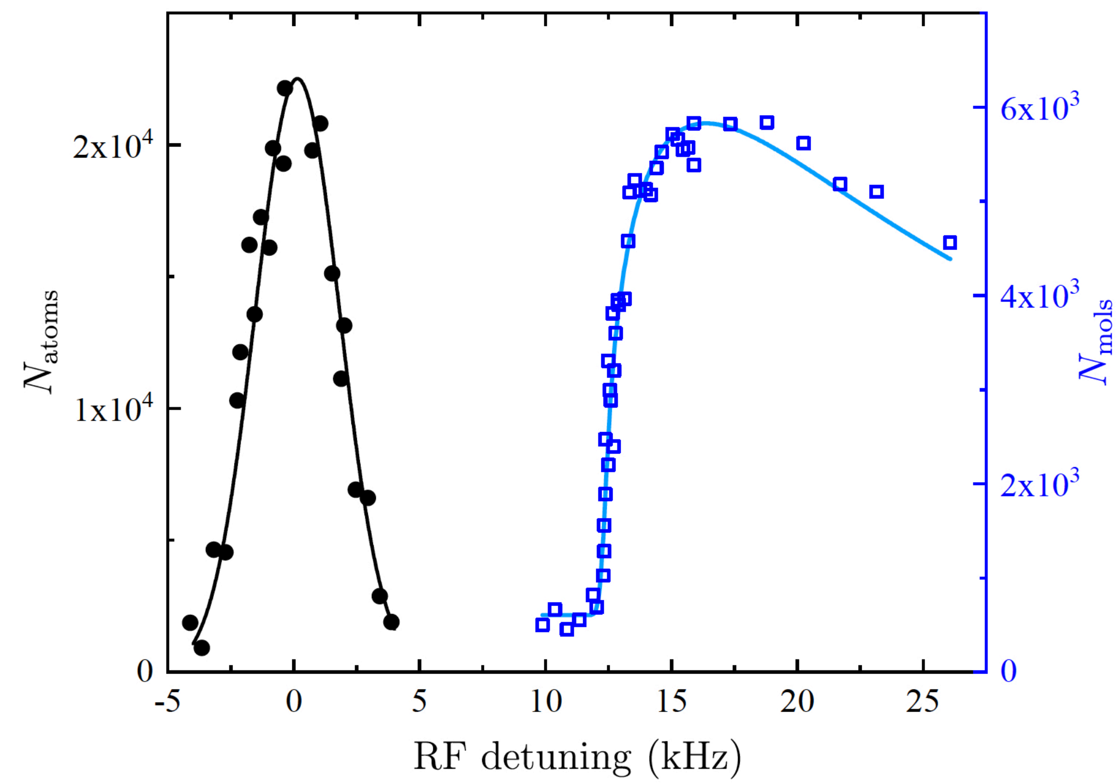
↓

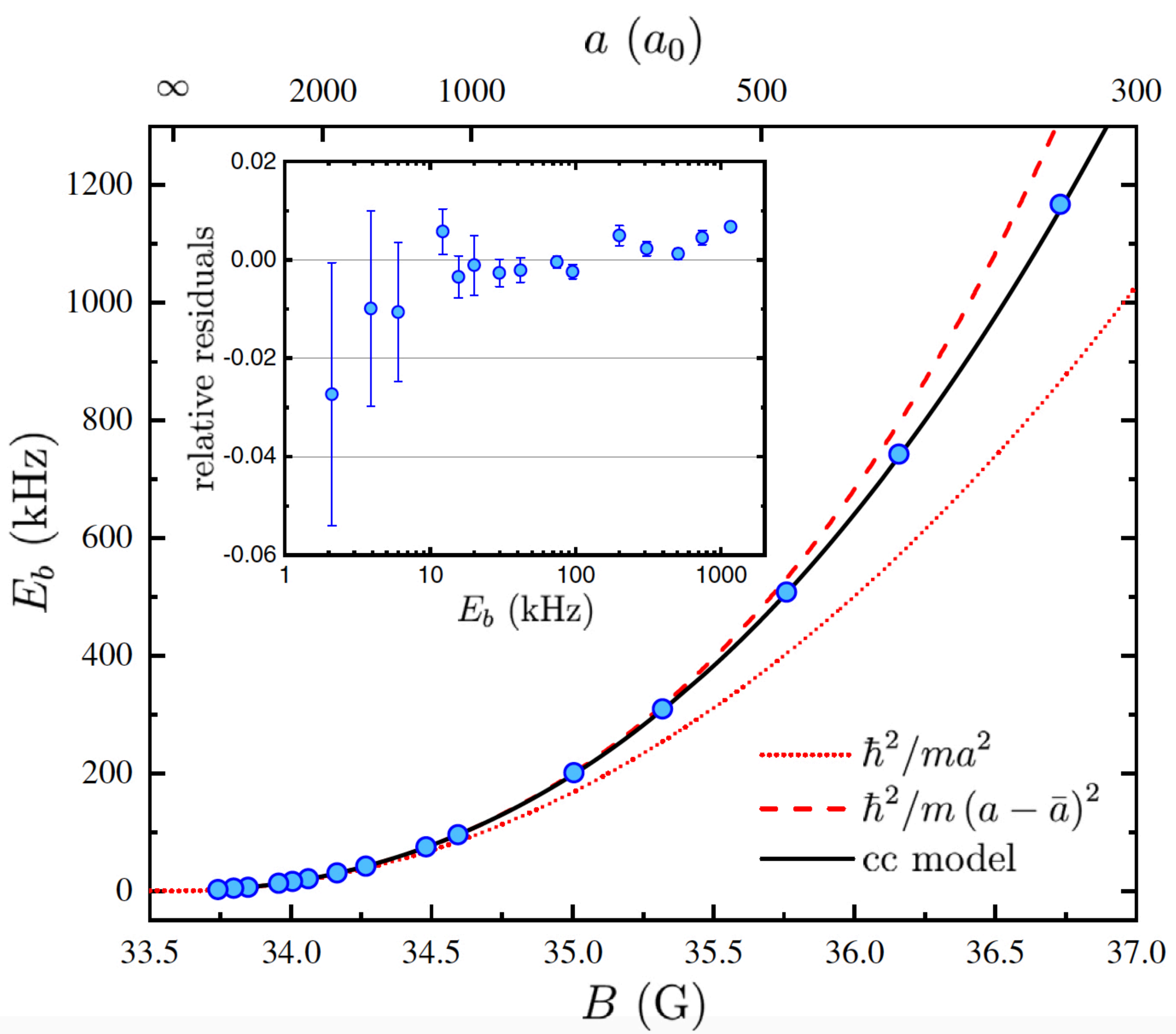
Mesure de l'énergie de l'état lié en fonction de l'écart à résonance



Energie du dimère de ^{39}K

Atomes dans $f = 2$ produits par la radio-fréquence





Energie de l'état lié en fonction de l'écart à résonance $\tilde{E}_{\rm f} \;\leftrightarrow\; B$

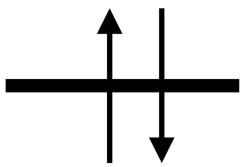
$$B_{\rm res} = 33.5820\ (14)\ {\rm G}$$

$$\frac{\Delta}{E_{\rm vdw}} \approx s_{\rm res} \approx 2.6$$

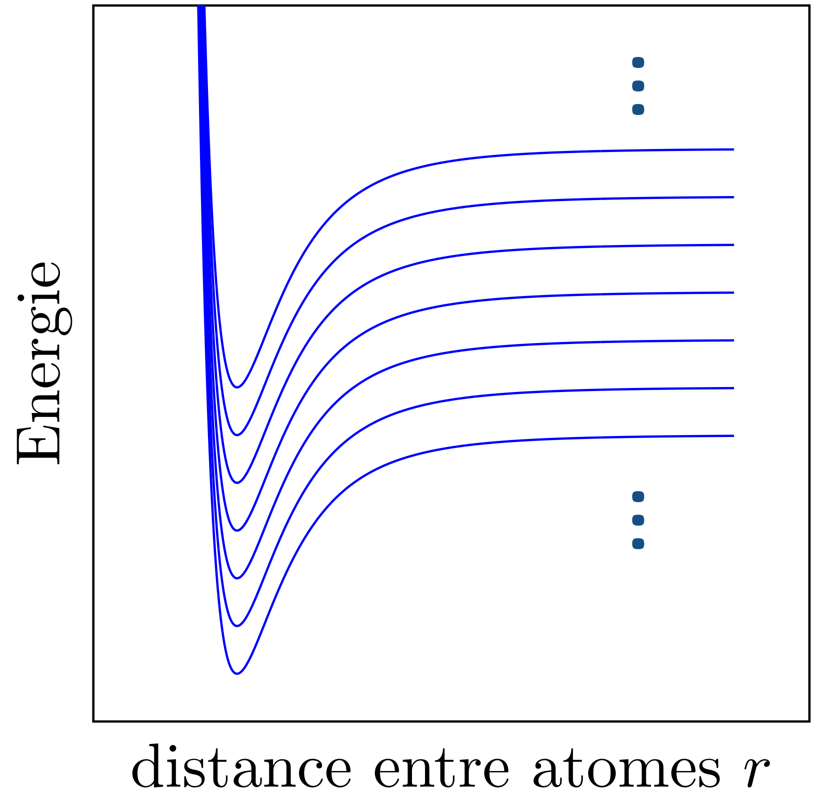
Résonances orbitales pour ^{173}Yb (fermion)

Atome de type alcalino-terreux avec deux électrons périphériques

- Etat fondamental électronique singulet de spin : $S = 0$
- Spin du noyau $i = 5/2$



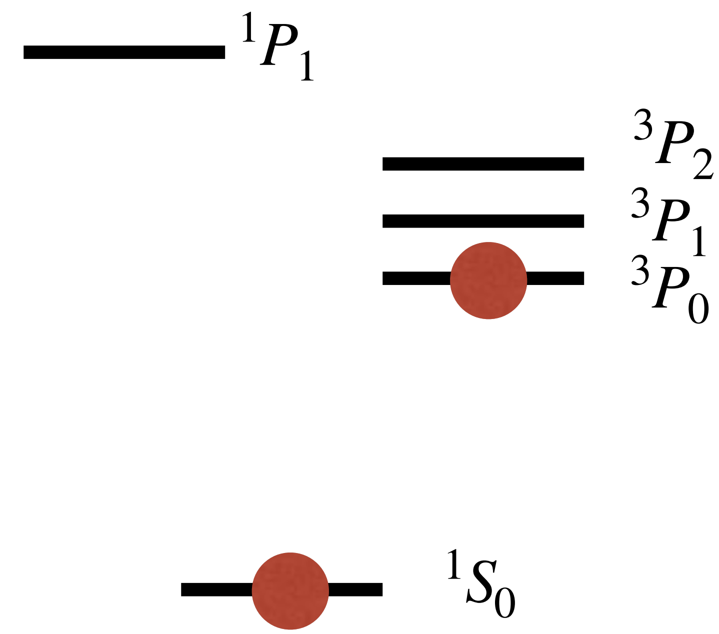
Possibilité de collision dans l'onde s si les deux atomes n'ont pas le même état de spin nucléaire …. mais pas de résonance de Fano-Feshbach !



Le potentiel d'interaction entre les deux atomes ne dépend pas de l'état de spin du noyau et les différents canaux ne sont pas couplés

Résonances orbitales pour ^{173}Yb (suite)

Zhang *et al* (2015): collision entre deux atomes n'ayant pas le même état électronique



L'état excité $^3P_0$ a une durée de vie très longue (20 s)

Collision : $|g;e\rangle \equiv |^1S_0\ ;\ ^3P_0\rangle$

On note $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$ deux états possible du spin nucléaire

Canal ouvert pour cette collision : $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|g\uparrow;e\downarrow\rangle - |e\downarrow;g\uparrow\rangle\right)$

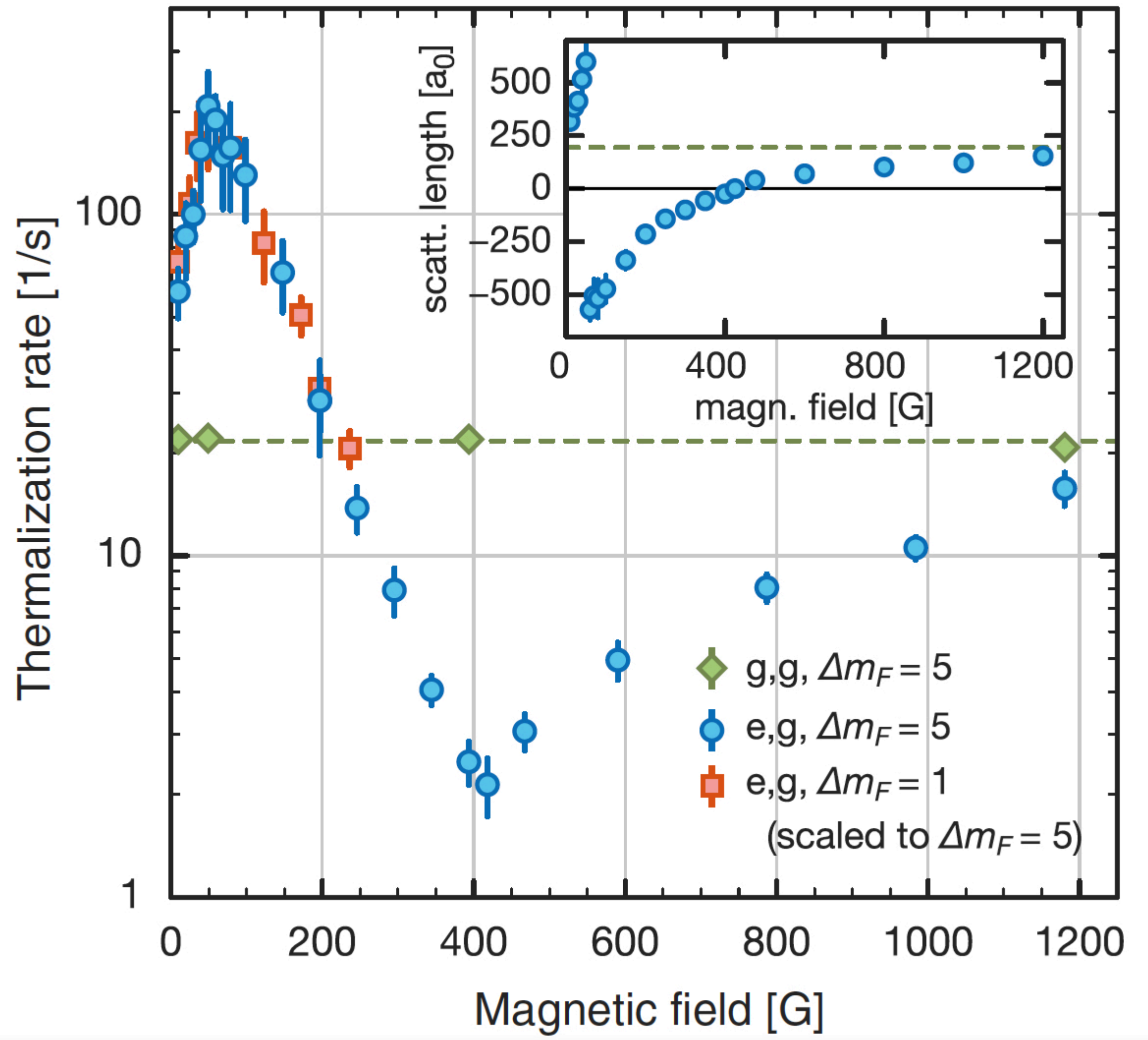
Canal fermé : $|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|g\downarrow;e\uparrow\rangle - |e\uparrow;g\downarrow\rangle\right)$

Les facteurs de Landé pour $|g\rangle$ et $|e\rangle$ sont différents :

Un champ magnétique permet de contrôler l'écart d'énergie entre $|\psi\rangle$ et $|\phi\rangle$

Résonance orbitales pour ^{173}Yb   (suite)

Höfer *et al.*, 2015 (Munich);   voir également Pagano *et al.* (Florence)



Mesure de a par l'intermédiaire d'un taux de thermalisation

spin nucléaire $i = 5/2$

Points rouges : $m = 1/2 \ + \ m = -1/2$

Points bleus : $m = 5/2 \ + \ m = -5/2$

Points verts : tous les atomes sont dans l'état fondamental

$\longrightarrow$ Aucune influence du champ magnétique

Le cas des lanthanides

Dysprosium, Erbium, Thulium…

Moment cinétique orbital pour les électrons $\neq 0$ dans l'état fondamental

- Grand moment magnétique (10μ_{B} pour Dy)
- Partie anisotrope de l'interaction de van der Waals (10% de la partie isotrope)

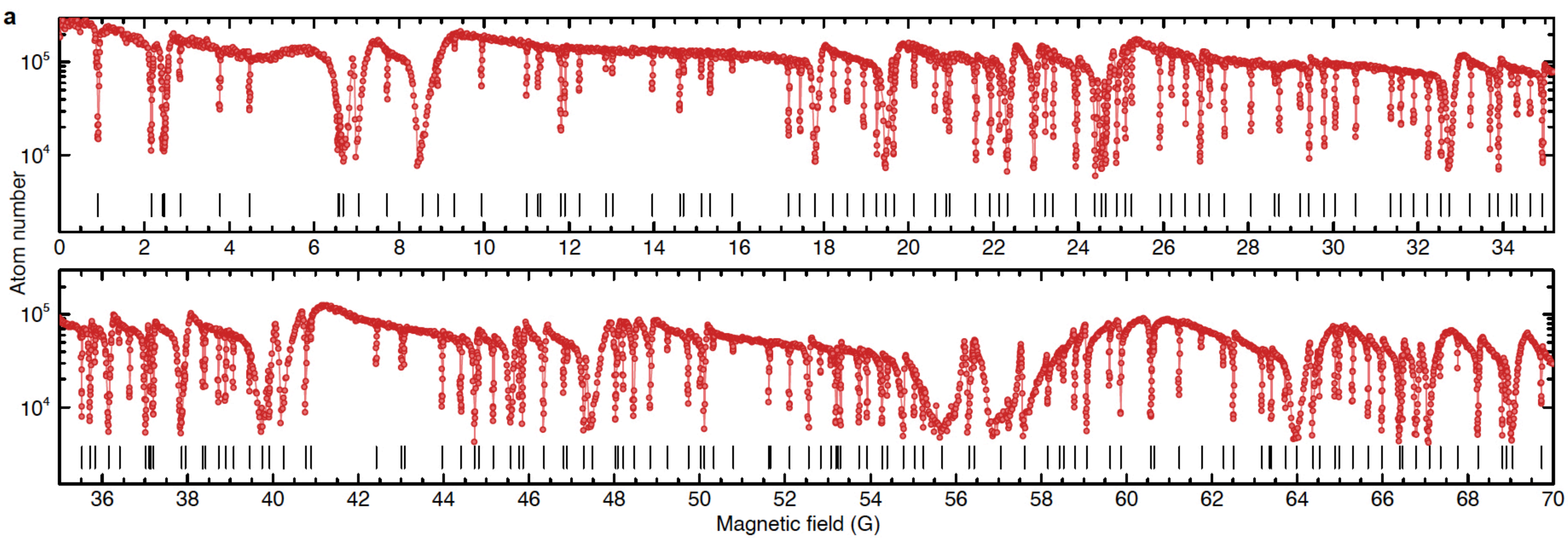
Pour des atomes de moment cinétique interne J, il y a $(J+1)^2$ courbes de potentiel à déterminer (soit 9^2=81 pour Dy) : calculs ardus !

A comparer aux deux canaux singulet et triplet pour les alcalins

Possibilité d'observer de nombreuses résonances de Fano-Feshbach dans un intervalle donné de champ magnétique

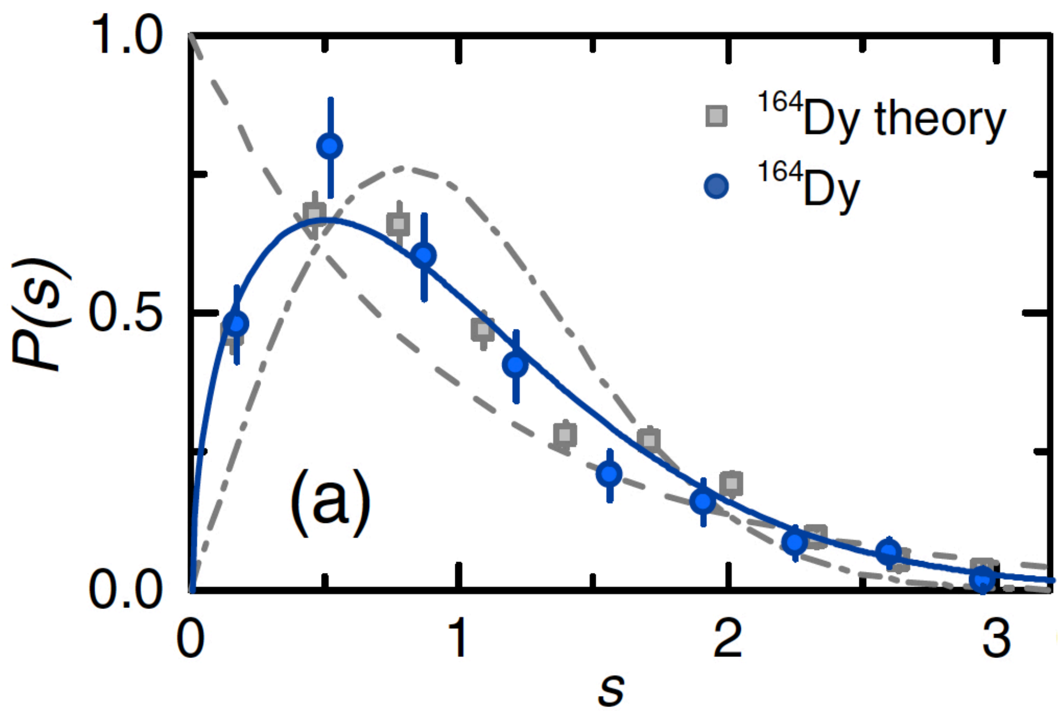
Observation des résonances pour ^{168}Er

Frisch et al., 2014 (Innsbruck) : perte d'atomes piégés, T=330 nK



190 résonances sur un intervalle de 70 Gauss seulement (moins d'une en moyenne pour les atomes alcalins sur cet intervalle)

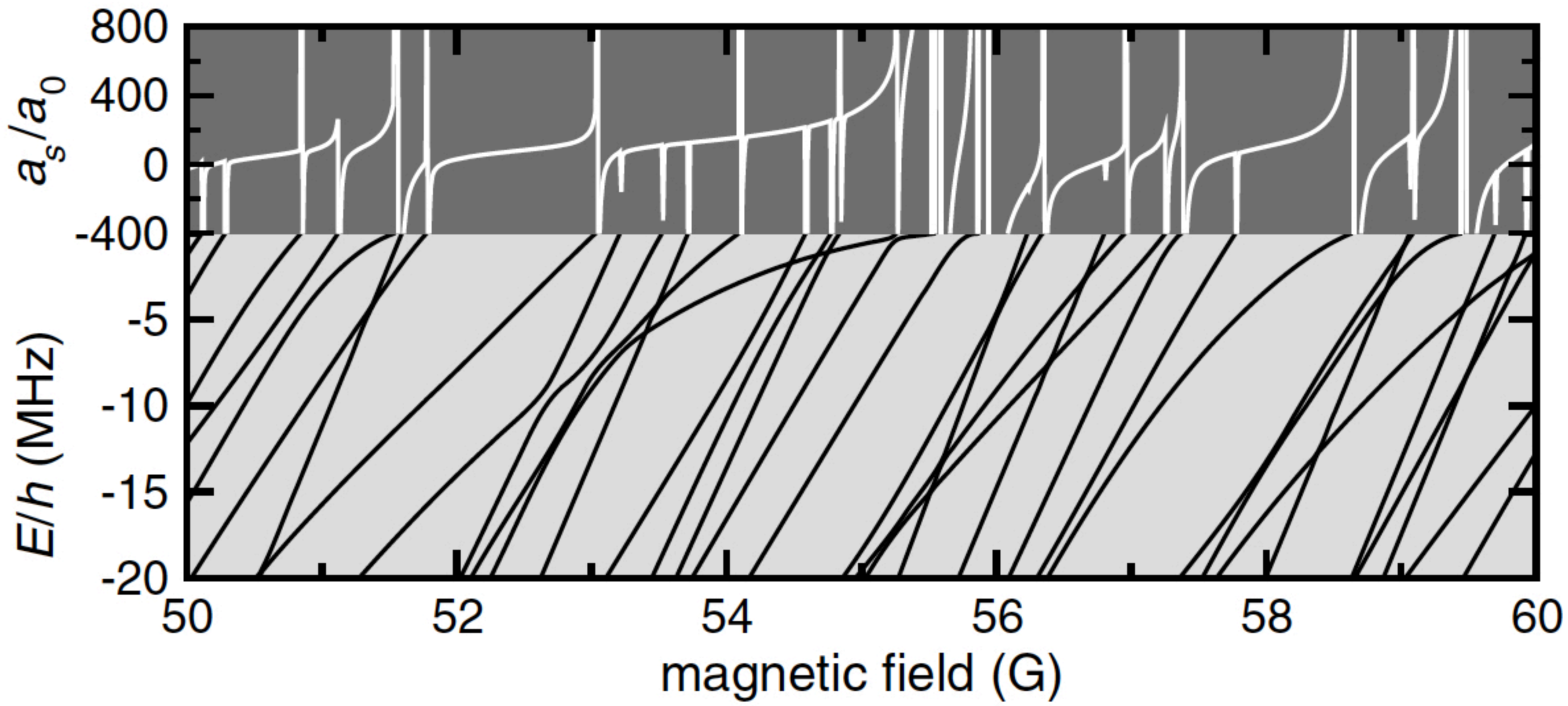
Spectre de résonances et statistique de niveaux



Maier et al, 2015

Distribution $P(s)$ des écarts s entre résonances successives : les résonances se “repoussent”

Observation directement liée au spectre des états liés de l’hamiltonien à deux corps



longueur de diffusion

états liés

Permet de relier $P(s)$ à la nature chaotique ou régulière de l’hamiltonien

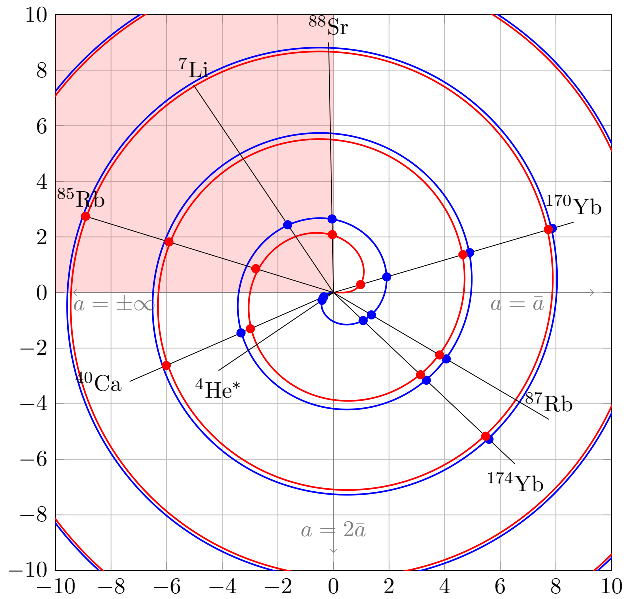
Bilan de cette série de cours

Panorama de la physique quantique “à deux corps” à très basse température

$\longrightarrow$ Dominée par le comportement du potentiel inter-atomique à grande distance

$\longrightarrow$ Lien étroit entre la physique de la collision élastique et la chimie des dimères

Universalité de van der Waals



$\longrightarrow$ Possibilité de manipuler ces interactions : résonances de Fano-Feshbach

A suivre : passage à $\left\{ \begin{array}{l} \text{3 ou 4 corps (Efimov)} \\ N \gg 1 \text{ corps (contact)} \end{array} \right.$ ...