

1^{er} CONTRÔLE CLASSANT DU COURS DE PHYSIQUE PHY 432

Mardi 27 avril 2004, durée : 2 heures

*Documents autorisés : cours, recueil de problèmes, copies des transparents, notes personnelles***Le charmonium**

Dans les expériences menées sur les accélérateurs de particules, on peut former des états liés quark – antiquark. On s'intéresse ici au quark c , le « charme », dont l'énergie de masse mc_0^2 est de l'ordre de 1,5 GeV (c_0 est la vitesse de la lumière). L'anti-particule du quark c , notée \bar{c} , a une masse identique. Ce problème est consacré à l'étude de l'édifice neutre $c\bar{c}$, appelé « charmonium ».

Nous ferons une description non relativiste du charmonium, rendue possible (bien que marginale) par la valeur élevée de la masse m du charme. Le potentiel d'interaction entre c et \bar{c} ne dépend que de la distance r entre les deux particules et est modélisé ici par :

$$V(r) = V_0(r) + V_1(r) \quad \text{avec} \quad V_0(r) = \frac{1}{2}\kappa r^2 \quad \text{et} \quad V_1(r) = -\frac{\beta}{r} \quad (\kappa, \beta > 0). \quad (1)$$

Le potentiel V_1 décrit l'interaction forte, attractive, entre quarks à courte distance, qui suit la même loi que l'interaction coulombienne.

On se place dans tout le problème dans le référentiel du centre de masse du système $c\bar{c}$, dans lequel l'hamiltonien s'écrit

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2\mu} + V(\hat{r}), \quad (2)$$

où $\mu = m/2$ est la masse réduite, et où \hat{r} et \hat{p} sont les opérateurs position et impulsion relatives. Le quark c et l'antiquark \bar{c} sont des particules de spin 1/2. Les effets liés au spin sont pris en compte dans la troisième partie du problème. Ils sont négligés dans les deux premières parties.

On peut traiter la deuxième partie si l'on admet les résultats de l'énoncé concernant la première partie. La partie 3 est pratiquement indépendante des deux premières.

1 Modélisation par un potentiel purement harmonique

On néglige dans cette partie $V_1(r)$ et on pose $\hat{H}_0 = \hat{p}^2/(2\mu) + V_0(\hat{r})$. On rappelle que les niveaux d'énergie d'un oscillateur harmonique à une dimension, d'hamiltonien $\hat{H}^{(1D)} = \hat{p}^2/(2\mu) + \mu\omega^2\hat{x}^2/2$, sont $\hbar\omega(n + 1/2)$, où n est un entier positif ou nul. On rappelle également que ces niveaux sont non dégénérés et on donne les fonctions propres ψ_n (non normalisées) correspondant aux trois premiers niveaux d'énergie :

$$\psi_0(x) = e^{-x^2/(2a^2)} \quad \psi_1(x) = x e^{-x^2/(2a^2)} \quad \psi_2(x) = (2x^2 - a^2) e^{-x^2/(2a^2)} \quad (3)$$

avec $a = \sqrt{\hbar/(\mu\omega)}$.

1.1. Mettre l'hamiltonien \hat{H}_0 sous la forme $\hat{H}_0 = \hat{H}_x^{(1D)} + \hat{H}_y^{(1D)} + \hat{H}_z^{(1D)}$, où $\hat{H}_i^{(1D)}$ est l'hamiltonien d'un oscillateur harmonique à une dimension le long de la direction i ($i = x, y, z$).

1.2. Montrer que les niveaux d'énergie de \hat{H}_0 sont de la forme $E_n = (n + \frac{3}{2})\hbar\omega$, où n est un entier positif ou nul et $\omega = \sqrt{\kappa/\mu}$.

1.3. Montrer que les dégénérescences g_n des premiers niveaux sont $g_0 = 1, g_1 = 3, g_2 = 6$.

1.4. On introduit l'opérateur moment cinétique orbital $\hat{L} = \hat{r} \times \hat{p}$. Rappeler pourquoi $[\hat{H}_0, \hat{L}_i] = 0$, avec $i = x, y, z$; en déduire qu'il existe une base propre commune à $\hat{H}_0, \hat{L}^2, \hat{L}_z$.

Dans les questions qui suivent, on va identifier une base d'états propres de \hat{L}^2 et \hat{L}_z pour les trois premiers sous-espaces propres $n = 0, 1, 2$ de \hat{H}_0 .

1.5. Niveau fondamental ($n = 0$).

- Donner l'expression de la fonction $\Phi_0(\vec{r})$ correspondant au niveau fondamental de \hat{H}_0 . On ne cherchera pas à la normaliser.
- Exprimer $\Phi_0(\vec{r})$ en fonction des coordonnées sphériques (r, θ, φ) . En déduire que cet état est de moment cinétique $\ell = 0$.
- La taille caractéristique du charmonium dans son niveau fondamental est $a = 4 \times 10^{-16}$ m. Calculer en GeV l'énergie mécanique (cinétique+potentielle) E_0 . Comparer E_0 à l'énergie de masse $2mc_0^2$ et commenter la validité de l'approximation non relativiste.

1.6. Premier niveau excité ($n = 1$).

On note \mathcal{E}_1 le sous-espace propre de dimension $g_1 = 3$, associé à la valeur propre E_1 .

- Donner une base de fonctions propres de \mathcal{E}_1 , commune aux trois opérateurs $\hat{H}_i^{(1D)}$ ($i = x, y, z$).
- Montrer que les états de ce sous-espace sont de moment cinétique $\ell = 1$. On rappelle les harmoniques sphériques : $Y_{1,\pm 1}(\theta, \varphi) \propto \sin \theta e^{\pm i\varphi}$, $Y_{1,0}(\theta, \varphi) \propto \cos \theta$.
- Donner (sans la normaliser) la base de \mathcal{E}_1 commune à \hat{H}_0 (avec la valeur propre E_1), \hat{L}^2 (avec la valeur propre $\hbar^2\ell(\ell + 1)$, $\ell = 1$) et \hat{L}_z (avec 3 valeurs propres $m\hbar$, $m = \pm 1, 0$).

1.7. Deuxième niveau excité ($n = 2$).

On note \mathcal{E}_2 le sous-espace propre de dimension $g_2 = 6$, associé à la valeur propre E_2 .

- Montrer simplement que $\Phi_2(\vec{r}) = (2r^2 - 3a^2)e^{-r^2/(2a^2)}$ est un état d'énergie E_2 .
- Expliquer pourquoi $\Phi_2(\vec{r})$ est de moment cinétique $\ell = 0$.

On admettra dans la suite que le sous-espace \mathcal{E}'_2 de dimension 5, orthogonal à l'état $\Phi_2(\vec{r})$ dans \mathcal{E}_2 , correspond à des états de moment cinétique $\ell = 2$. On admettra également qu'on peut choisir une base de \mathcal{E}'_2 commune à \hat{H}_0 (avec la valeur propre E_2), \hat{L}^2 (avec la valeur propre $\hbar^2\ell(\ell + 1)$, $\ell = 2$) et \hat{L}_z (avec les 5 valeurs propres $m\hbar$, $m = \pm 2, \pm 1, 0$).

1.8. La position des 4 niveaux d'énergie les plus bas du charmonium est représentée sur la figure 1. On a indiqué le moment cinétique ℓ de chaque niveau. La modélisation de l'interaction entre c et \bar{c} en terme d'un potentiel purement harmonique est-elle satisfaisante ?

2 Prise en compte du potentiel $V_1(r) = -\beta/r$

Pour améliorer la description du charmonium, on tient compte de $V_1(r)$. La détermination exacte des niveaux d'énergie de $\hat{H} = p^2/(2\mu) + \hat{V}_0 + \hat{V}_1$ nécessite une résolution numérique. On se limite ici à un calcul au premier ordre en V_1 en utilisant la théorie des perturbations. On note $|n, \ell, m\rangle$ la base propre commune à \hat{H}_0, \hat{L}^2 et \hat{L}_z déterminée dans la partie précédente pour les niveaux d'énergie les plus bas ($n = 0, 1, 2$).

2.1. Expliquer pourquoi \hat{V}_1 commute avec \hat{L}_i ($i = x, y, z$) et \hat{L}^2 .

2.2. En déduire qu'un élément de matrice $\langle n, \ell, m | \hat{V}_1 | n', \ell', m' \rangle$ est nul si $\ell \neq \ell'$ ou $m \neq m'$.

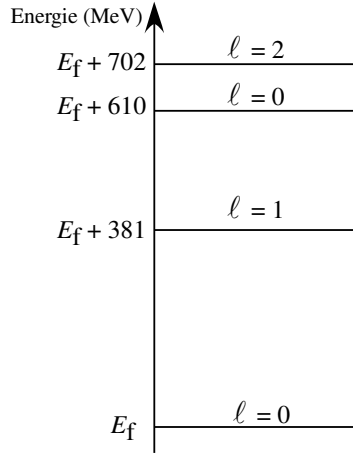


FIG. 1 – Structure simplifiée des premiers niveaux du charmonium.

2.3. En utilisant $[\hat{V}_1, \hat{L}_\pm] = 0$, montrer que $\langle n, \ell, m | \hat{V}_1 | n, \ell, m \rangle$ est indépendant de m .

2.4. La théorie des perturbations pour \hat{V}_1 appliquée aux niveaux d'énergie $n = 1$ et $n = 2$ de \hat{H}_0 impose en principe de diagonaliser des matrices de taille 3×3 et 6×6 respectivement. Expliquer pourquoi les résultats précédents permettent d'éviter cette procédure fastidieuse.

2.5. On donne dans la base $|n, \ell, m\rangle$ les résultats suivants :

$$\begin{aligned} \langle 0, 0, 0 | \hat{V}_1 | 0, 0, 0 \rangle &= -30 \beta' & \langle 1, 1, m | \hat{V}_1 | 1, 1, m \rangle &= -20 \beta' \\ \langle 2, 0, 0 | \hat{V}_1 | 2, 0, 0 \rangle &= -25 \beta' & \langle 2, 2, m | \hat{V}_1 | 2, 2, m \rangle &= -16 \beta' \end{aligned}$$

où on a posé $\beta' = \beta / (15\sqrt{\pi} a)$. En utilisant les trois écarts d'énergie indiqués sur la figure 1 :

- déterminer en MeV les valeurs de $\hbar\omega$ et β' ,
- retrouver la taille caractéristique du charmonium indiquée plus haut ($\sim 4 \times 10^{-16}$ m),
- commenter la cohérence du modèle.

2.6. On caractérise habituellement « l'intensité » de l'interaction électromagnétique par le nombre sans dimension $\alpha = q^2 / (4\pi\epsilon_0 \hbar c)$ appelé *constante de structure fine*. Déterminer le nombre sans dimension α_{fort} qui caractérise de manière similaire l'interaction forte décrite par le potentiel \hat{V}_1 .

3 La structure hyperfine du niveau fondamental

Le niveau fondamental $\ell = 0$ de la figure 1 est en fait clivé en deux sous-niveaux, correspondant respectivement à un état singulet et un état triplet de spin. L'écart entre les deux niveaux est 117 MeV. On va chercher à retrouver cet ordre de grandeur en utilisant les résultats connus pour la structure hyperfine de l'atome d'hydrogène. On rappelle que les rapports gyromagnétiques de l'électron et du proton sont $\gamma_e = -g_e q / (2m_e)$ et $\gamma_p = g_p q / (2m_p)$ avec $g_e = 2$ et $g_p = 5,58$.

3.1. Ecrire la valeur littérale du clivage hyperfin de l'hydrogène sous la forme $A = A' / a_1^3$, où a_1 est la taille caractéristique de l'état fondamental de l'atome d'hydrogène (rayon de Bohr). On exprimera A' en fonction de \hbar , de la vitesse de la lumière c_0 , de la constante de structure fine α (rappelée à la question 2.6), des masses m_e, m_p et des facteurs g_e, g_p ; on rappelle $\epsilon_0 \mu_0 c_0^2 = 1$.

3.2. Transposer ce résultat au cas de l'interaction forte entre les quarks c et \bar{c} ; en déduire l'ordre de grandeur de α_{fort} , qu'on comparera au résultat de la question 2.6. On prendra $g_c = g_{\bar{c}} = 2$. La taille a du charmonium sera prise égale à 4×10^{-16} m.

Corrigé

1 Modélisation par un potentiel purement harmonique

1.1. On pose $\omega = \sqrt{\kappa/\mu}$ et on obtient

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}_x^2}{2\mu} + \frac{1}{2}\mu\omega^2 x^2 + \frac{\hat{p}_y^2}{2\mu} + \frac{1}{2}\mu\omega^2 y^2 + \frac{\hat{p}_z^2}{2\mu} + \frac{1}{2}\mu\omega^2 z^2 .$$

1.2. On obtient une base d'états propres de \hat{H}_0 en considérant les produits de fonctions de Hermite :

$$\Psi_{n_x, n_y, n_z}(\vec{r}) = \psi_{n_x}(x) \psi_{n_y}(y) \psi_{n_z}(z) \quad (4)$$

d'énergie $E_{n_x, n_y, n_z} = E_n = (n + 3/2)\hbar\omega$, avec $n = n_x + n_y + n_z$.

1.3. Le niveau fondamental est obtenu pour $n_x = n_y = n_z = 0$. Il est non dégénéré : $g_0 = 1$.

Trois états de la base trouvée ci-dessus correspondent au premier niveau excité : $(n_x, n_y, n_z) = (1, 0, 0)$ ou $(0, 1, 0)$ ou $(0, 0, 1)$. On a donc $g_1 = 3$.

Six états de la base trouvée ci-dessus correspondent au deuxième niveau excité : $(2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$, $(0, 0, 2)$, $(1, 1, 0)$, $(1, 0, 1)$ et $(0, 1, 1)$.

On pourra montrer la formule générale $g_n = (n + 1)(n + 2)/2$.

1.4. On sait que l'énergie cinétique commute avec \hat{L} . Par ailleurs, le potentiel V_0 est invariant par rotation et commute également avec \hat{L} . Les trois opérateurs \hat{H}_0 , \hat{L}^2 et \hat{L}_z commutent deux à deux et on sait donc qu'il existe une base propre commune à ces trois opérateurs.

On a déjà identifié les niveaux d'énergie de \hat{H}_0 , $E_n = (n + 3/2)\hbar\omega$. On peut donc trouver, dans chaque sous-espace propre \mathcal{E}_n de \hat{H}_0 , une base de fonctions propres de \hat{L}^2 et \hat{L}_z .

1.5. (a) La fonction Φ_0 est obtenue en prenant $n_x = n_y = n_z = 0$ dans (4), ce qui donne $\Phi_0(\vec{r}) \propto e^{-(x^2+y^2+z^2)/(2a^2)}$.

(b) On a $\Phi_0(\vec{r}) \propto e^{-r^2/(2a^2)}$, ce qui prouve que Φ_0 est de symétrie sphérique. C'est donc un état de moment cinétique nul.

(c) L'extension caractéristique du niveau fondamental est $a = \sqrt{\hbar/(\mu\omega)}$. La masse réduite μ vaut $\mu = 1,3 \times 10^{-27}$ kg, soit $\omega = 5,1 \times 10^{23}$ s⁻¹. L'énergie du niveau fondamental est donc $E_0 = 3\hbar\omega/2 = 0,5$ GeV. Le rapport $E_0/(2mc_0^2)$ vaut environ 0,17. Ce rapport est petit devant 1, ce qui permet de faire un traitement non relativiste, même si on s'attend à ce que les corrections relativistes ne soient pas négligeables.

1.6. (a) On obtient une base de fonctions propres de \mathcal{E}_1 en prenant $(n_x, n_y, n_z) = (1, 0, 0)$ ou $(0, 1, 0)$ ou $(0, 0, 1)$ dans l'équation (4), ce qui donne :

$$\Psi_{1,0,0}(\vec{r}) = x e^{-r^2/(2a^2)} \quad \Psi_{0,1,0}(\vec{r}) = y e^{-r^2/(2a^2)} \quad \Psi_{0,0,1}(\vec{r}) = z e^{-r^2/(2a^2)} . \quad (5)$$

(b) Ces fonctions peuvent se réécrire :

$$\Psi_{1,0,0}(\vec{r}) \propto r e^{-r^2/(2a^2)} (Y_{1,1}(\theta, \varphi) + Y_{1,-1}(\theta, \varphi)) \quad \Psi_{0,1,0}(\vec{r}) \propto r e^{-r^2/(2a^2)} (Y_{1,1}(\theta, \varphi) - Y_{1,-1}(\theta, \varphi))$$

et $\Psi_{0,0,1}(\vec{r}) \propto r e^{-r^2/(2a^2)} Y_{1,0}(\theta, \varphi)$. Elles sont donc de moment cinétique $\ell = 1$. Tout état de \mathcal{E}_1 est combinaison linéaire des trois fonctions (5) et est également de moment cinétique 1.

(c) Inversement, les trois fonctions $\Psi_{1,0,0} \pm i\Psi_{0,1,0}$ et $\Psi_{0,0,1}$ sont proportionnelles aux harmoniques sphériques $Y_{1,\pm 1}$ et $Y_{1,0}$. Elles sont donc états propres de \hat{L}_z avec valeur propre $\pm\hbar$ et 0. Elles sont également états propres de \hat{H}_0 et de \hat{L}^2 , comme on l'a vu la question précédente.

1.7. (a) Parmi les six états donnés ci-dessus comme base de \mathcal{E}_2 , considérons les fonctions d'onde correspondant à $(n_x, n_y, n_z) = (2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$, $(0, 0, 2)$:

$$\Psi_{2,0,0}(\vec{r}) \propto (2x^2 - a^2) e^{-r^2/(2a^2)} \quad \Psi_{0,2,0}(\vec{r}) \propto (2y^2 - a^2) e^{-r^2/(2a^2)} \quad \Psi_{0,0,2}(\vec{r}) \propto (2z^2 - a^2) e^{-r^2/(2a^2)}$$

La somme de ces trois fonctions donne la fonction $\Phi_2(\vec{r})$, qui est donc un état d'énergie E_2 .

(b) $\Phi_2(\vec{r})$ est à symétrie sphérique et est donc de moment cinétique nul.

1.8. La modélisation de l'interaction $c\bar{c}$ par un potentiel purement harmonique n'est pas satisfaisante. Le troisième et le quatrième niveau, correspondant respectivement à $\ell = 0$ et $\ell = 2$, ne sont pas dégénérés alors qu'ils le seraient dans le cas du potentiel harmonique. Par ailleurs, l'écart entre les deux premiers niveaux (380 MeV) n'est pas égal à l'écart entre les deux niveaux suivants (227 MeV), alors que les niveaux d'énergie d'un oscillateur harmonique sont équidistants.

2 Prise en compte du potentiel $V_1(r) = -\beta/r$

2.1. Le potentiel $V_1(\vec{r})$ est à symétrie sphérique ; il commute donc avec les trois composantes du moment cinétique. Par conséquent, il commute également avec \hat{L}^2 .

2.2. On multiplie la relation $\hat{V}_1\hat{L}^2 = \hat{L}^2\hat{V}_1$ par $\langle n, \ell, m |$ à gauche et $|n, \ell', m'\rangle$ à droite. On trouve :

$$\hbar^2 \ell'(\ell' + 1) \langle n, \ell, m | \hat{V}_1 | n, \ell', m' \rangle = \hbar^2 \ell(\ell + 1) \langle n, \ell, m | \hat{V}_1 | n, \ell', m' \rangle$$

Si $\ell \neq \ell'$, ceci impose $\langle n, \ell, m | \hat{V}_1 | n, \ell', m' \rangle = 0$. De même, on multiplie la relation $\hat{V}_1\hat{L}_z = \hat{L}_z\hat{V}_1$ par $\langle n, \ell, m |$ à gauche et $|n, \ell', m'\rangle$ à droite et on obtient :

$$\hbar m' \langle n, \ell, m | \hat{V}_1 | n, \ell', m' \rangle = \hbar m \langle n, \ell, m | \hat{V}_1 | n, \ell', m' \rangle$$

qui impose $\langle n, \ell, m | \hat{V}_1 | n, \ell', m' \rangle = 0$ si $m \neq m'$.

2.3. \hat{V}_1 commute également avec \hat{L}_\pm . Multiplions la relation $\hat{V}_1\hat{L}_+ = \hat{L}_+\hat{V}_1$ par $\langle n, \ell, m + 1 |$ à gauche et $|n, \ell, m\rangle$ à droite. On trouve :

$$\hbar\sqrt{\ell(\ell + 1) - m(m + 1)} \langle n, \ell, m + 1 | \hat{V}_1 | n, \ell, m + 1 \rangle = \hbar\sqrt{\ell(\ell + 1) - m(m + 1)} \langle n, \ell, m | \hat{V}_1 | n, \ell, m \rangle$$

d'où on déduit que tous les $\langle n, \ell, m | \hat{V}_1 | n, \ell, m \rangle$ pour $m = -\ell, \dots, \ell$ sont égaux entre eux, pour un ℓ donné.

2.4. D'après ce qu'on vient de voir, la restriction de \hat{V}_1 est proportionnelle à l'identité dans \mathcal{E}_1 . Dans \mathcal{E}_2 , elle est diagonale dans la base $|n, \ell, m\rangle$. Plus précisément, elle est proportionnelle à l'identité dans le sous-espace \mathcal{E}'_2 de dimension 5 (qui correspond à $\ell = 2$), le coefficient affecté à $|n = 2, \ell = m = 0\rangle$ étant *a priori* différent.

2.5. (a) La théorie des perturbations au premier ordre donne pour les premiers niveaux de \hat{H} :

- Niveau fondamental : $(3/2)\hbar\omega - 30\beta'$ (avec $\ell = 0$)
- Premier niveau excité : $(5/2)\hbar\omega - 20\beta'$ (avec $\ell = 1$)
- Deuxième niveau excité : $(7/2)\hbar\omega - 25\beta'$ (avec $\ell = 0$)
- Troisième niveau excité : $(7/2)\hbar\omega - 16\beta'$ (avec $\ell = 2$)

La détermination de $\hbar\omega$ et de β' se fait alors en résolvant le système de *trois* équations à *deux* inconnues :

$$381 = \hbar\omega + 10\beta' \quad 610 = 2\hbar\omega + 5\beta' \quad 702 = 2\hbar\omega + 14\beta'$$

La résolution des deux premières équations donne $\beta' = 10,1$ MeV et $\hbar\omega = 280$ MeV.

(b) On trouve $a = \sqrt{\hbar/(\mu\omega)} = 4,3 \times 10^{-16}$ m.

(c) On vérifie la cohérence du modèle en reportant les valeurs trouvées pour $\hbar\omega$ et β' dans la troisième équation. On trouve 701 MeV, proche de la valeur attendue (702 MeV).

En fait, les valeurs numériques ont été un peu « arrangées ». Les mesures expérimentales (voir figure 2) montrent que le niveau $\ell = 1$ a une structure fine et hyperfine qui le clive en 4 sous-niveaux, et l'écart de 381 MeV entre $\ell = 1$ et le fondamental qui est indiqué dans l'énoncé sous-estime quelque peu la moyenne des 4 distances.

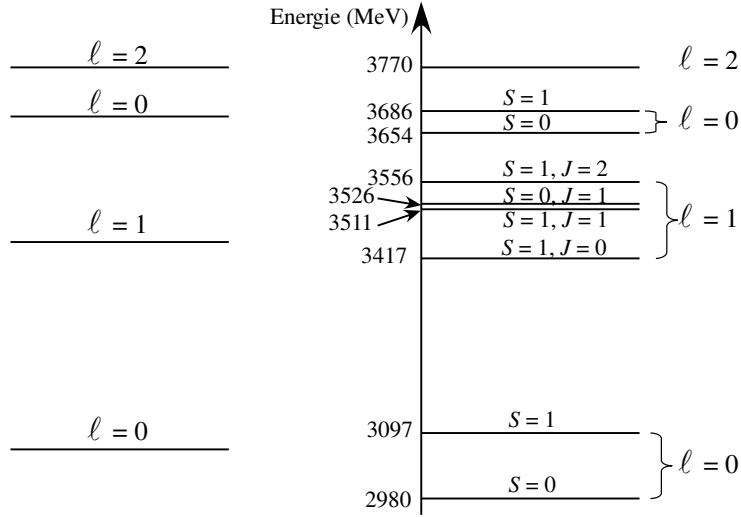


FIG. 2 – À gauche : structure de niveaux indiquée dans l'énoncé. À droite : Structure de niveaux mesurée expérimentalement.

2.6. Le coefficient β remplace le facteur $q^2/(4\pi\epsilon_0)$ de l'interaction électromagnétique. La constante caractérisant les interactions fortes est donc dans le cadre de notre modèle :

$$\alpha_{\text{fort}} = \frac{\beta}{\hbar c} = 15\sqrt{\pi} \frac{a\beta'}{\hbar c}$$

et on trouve $\alpha_{\text{fort}} = 0,58$. Les interactions fortes méritent bien leur nom ! Leur constante de couplage est proche de 1, ce qui signifie qu'elles sont beaucoup plus intenses que les interactions électromagnétiques, dont la constante de couplage α vaut $1/137$.

3 La structure hyperfine du niveau fondamental

3.1. L'énergie A donnant la valeur du clivage hyperfin du niveau fondamental de l'atome d'hydrogène s'écrit en fonction des paramètres donnés dans l'énoncé :

$$A = \frac{A'}{a_1^3} \quad \text{avec} \quad A' = \frac{2}{3} \frac{\alpha \hbar^3}{c_0} \frac{g_e g_p}{m_e m_p}$$

3.2. Le rapport entre le clivage de l'atome d'hydrogène (6×10^{-6} eV) et celui du charmonium (117 MeV) peut se mettre sous la forme :

$$\frac{6 \times 10^{-6}}{117 \times 10^6} = \frac{a^3}{a_1^3} \frac{\alpha}{\alpha_{\text{fort}}} \frac{g_e g_p}{g_c g_{\bar{c}}} \frac{m_c m_{\bar{c}}}{m_e m_p}$$

On en déduit $\alpha_{\text{fort}} = 0,9$. L'accord avec la valeur 0,6 trouvée à la fin de la partie 2 est satisfaisant, compte tenu des approximations faites.

Commentaires. Le premier état du charmonium a été découvert quasi-simultanément en 1974 à Brookhaven et Stanford, dans les équipes dirigées respectivement par S. Ting et B. Richter (prix Nobel 1976). Cet état, baptisé J/ψ , correspond à l'état $\ell = 0, s = 1$, d'énergie 3097 MeV, de la figure 2. Depuis, les différents états portés sur la figure 2 ont été identifiés expérimentalement (voir par exemple la publication récente de la collaboration *Belle*, Phys. Rev. Lett. **89**, 102001 (2002), pour l'identification du méson $\eta_c(2S)$, correspondant à l'état $\ell = 0, s = 0$, d'énergie 3654 MeV). On pourra consulter l'article d'André Martin et Jean-Marc Richard, *Le Quarkonium*, La Recherche 153, p. 152 (février 1985), qui décrit les premières étapes de ce champ de recherche.