

Chapitre 6

Les réseaux optiques et le refroidissement par bande latérale

Sommaire

1	Effets collectifs et diffusion multiple	2
1-1	Les méfaits de la diffusion multiple	3
1-2	Un remède simple...qui ne marche pas	4
1-3	<i>Festina lente</i>	5
1-4	Passage dans un réseau optique	6
2	Le refroidissement par bande latérale	6
2-1	Le régime de Lamb–Dicke	6
2-2	Expériences sur des ions piégés	8
2-3	Le cas des atomes neutres	10
2-4	Comment réaliser le couplage cohérent	11
2-5	Ouverture adiabatique d’un réseau	13
3	Peut-on se passer de l’émission spontanée ?	15
3-1	Évolution hamiltonienne d’un gaz sans interaction	15
3-2	Atome et champ électromagnétique quantifié	15
3-3	Utilisation d’un champ non-classique	16
3-4	Et avec un état cohérent ?	18
4	Conclusions	19

Nous avons exploré dans les chapitres précédents différents mécanismes de refroidissement pour des atomes libres : refroidissement Doppler, refroidissement par piégeage cohérent de population, refroidissement Raman, refroidissement Sisyphe. Mis à part le refroidissement Doppler en raie large, tous ces mécanismes ont une limite dont l’échelle est donnée par la vitesse de recul $v_r = \hbar k/M$. Certains mécanismes permettent de descendre en dessous de v_r , notamment à 1D, alors que d’autres comme l’effet Sisyphe conduisent à des distributions de largeur de quelques (2 à 4) v_r . Ces résultats sont obtenus pour des gaz très dilués, dans lesquels les effets collectifs jouent un rôle négligeable.

Un des enjeux majeurs des expériences avec des atomes froids est l’atteinte du régime quantique pour le gaz, régime dans lequel les différents paquets d’ondes, de taille donnée par la longueur d’onde thermique du gaz, se recouvrent. Revenons sur les conditions à réaliser pour cela ; prenons pour fixer les idées un gaz de vitesse quadratique moyenne $v_0 = v_r$, soit $k_B T = M v_r^2 = \hbar^2 k^2 / M$. La longueur d’onde thermique λ_T du gaz est reliée à la longueur d’onde optique $\lambda = 2\pi/k$ par

$$\lambda_T = \frac{\hbar\sqrt{2\pi}}{\sqrt{Mk_B T}} = \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi}}, \quad (6.1)$$

et le seuil de dégénérescence quantique du gaz est obtenu pour une densité

$$n \approx \lambda_T^{-3} = (2\pi)^{3/2} \lambda^{-3}. \quad (6.2)$$

Pour une longueur d’onde optique de l’ordre de $0.7 \mu\text{m}$, ceci correspond à

$n \approx 50 \text{ atomes}/\mu\text{m}^3$.

Atteindre un tel couple densité/température en présence des faisceaux lasers de refroidissement est un défi qui n'a encore jamais été relevé pour un gaz d'atomes de densité uniforme. Les obstacles principaux sont la diffusion multiple de photons dans le gaz, ainsi que les collisions inélastiques entre atomes assistées par la lumière. La seule stratégie réussie de contournement est celle adoptée à Innsbruck par Stellmer et al. (2013) et décrite en détail au chapitre 3 : une petite partie du volume occupé par les atomes a été confinée dans un piège de grande raideur et simultanément rendue « transparente » à la lumière de refroidissement ; ceci a permis d'obtenir un condensat de Bose-Einstein contenant environ 1% du nombre total d'atomes présents dans le piège.

Le but de chapitre est de faire d'abord le point sur les limites imposées par les effets collectifs dans les gaz éclairés par la lumière, en particulier la diffusion multiple des photons émis spontanément. Nous examinerons quelques remèdes qui ont été proposés, comme le confinement dans un piège avec à une fréquence d'oscillation élevée. Ceci nous amènera de manière naturelle vers un dernier mécanisme de refroidissement, le refroidissement par bande latérale, bien adapté à une assemblée d'atomes confinés aux sites d'un réseau optique. Et pour finir, puisque l'obstacle majeur à l'obtention de gaz dégénérés est la diffusion multiple des photons émis spontanément lors du refroidissement, nous terminerons ce chapitre en abordant une question récurrente du domaine : l'émission spontanée, qui est à l'origine du problème de la diffusion multiple, est-elle indispensable au refroidissement d'atomes par laser ?

1 Effets collectifs et diffusion multiple

Nous avons déjà rencontré le problème de la diffusion multiple à plusieurs reprises dans ce cours. Rappelons brièvement son origine en prenant l'exemple du refroidissement Raman, où l'on doit pomper optiquement les atomes depuis un état interne g_2 vers un autre état g_1 (figure 6.1). Dans un premier temps, un atome A absorbe un photon du laser en charge de ce pompage optique et il émet de manière spontanée un photon par un pro-

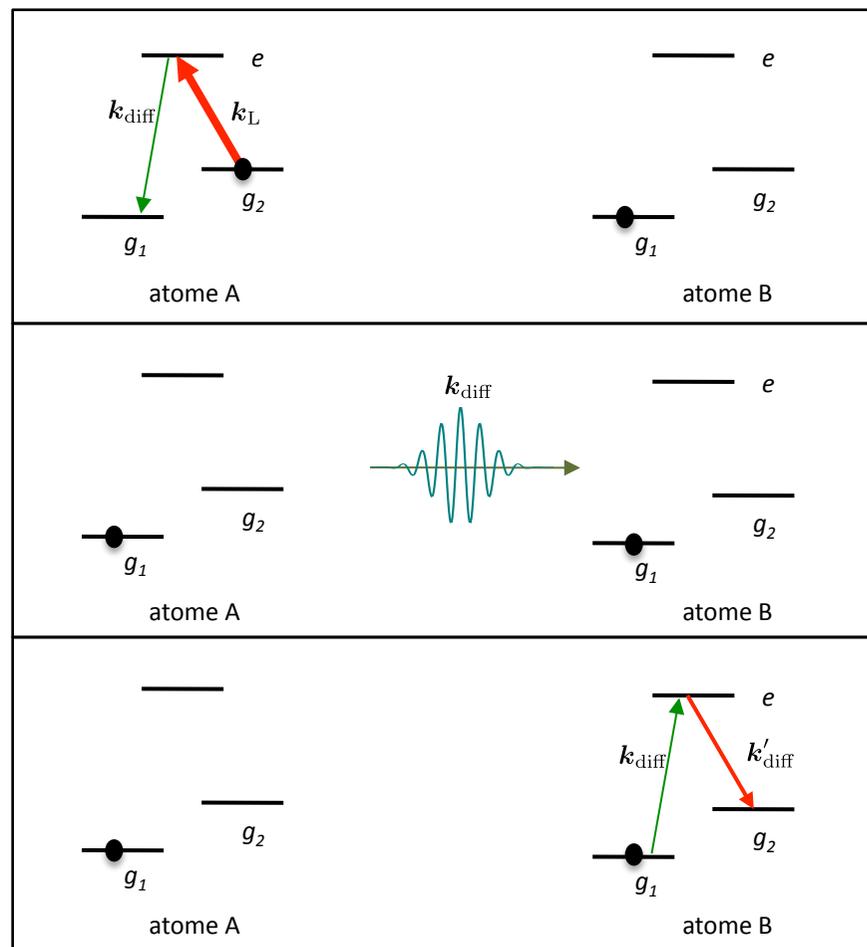


FIGURE 6.1. Un exemple de difficulté liée à la diffusion multiple, dans le cas du refroidissement Raman. On part de la situation où un atome B est dans le niveau g_1 souhaité et on souhaite repomper également l'atome A. Une fois ce pompage de l'atome A effectué, le photon émis peut être absorbé par l'atome B, annulant ainsi le gain du premier processus et causant de plus un chauffage dû au recul lors du processus de diffusion $k_{diff} \rightarrow k'_{diff}$.

cessus de diffusion Raman :

$$|A : g_2\rangle + \mathbf{k}_L \longrightarrow |A : g_1\rangle + \mathbf{k}_{\text{diff}}, \quad (6.3)$$

Dans un deuxième temps, le photon émis d'impulsion $\hbar\mathbf{k}_{\text{diff}}$ se propage dans le gaz d'atomes et arrive sur un atome B dans l'état $|g_1\rangle$. Là, il peut être absorbé et donner naissance à un autre photon diffusé d'impulsion $\hbar\mathbf{k}'_{\text{diff}}$:

$$|B : g_1\rangle + \mathbf{k}_{\text{diff}} \longrightarrow |B : g_\alpha\rangle + \mathbf{k}'_{\text{diff}}, \quad \alpha = 1, 2, \quad (6.4)$$

et ainsi de suite jusqu'à ce que le photon s'échappe du milieu. Notons que l'atome B peut se trouver après avoir diffusé le photon dans l'état interne g_1 ou g_2 . Dans le deuxième cas, le processus de repompage n'a rien apporté : on a simplement enlevé un atome initialement dans l'état interne g_1 (l'atome B) pour y mettre un autre atome (l'atome A).

1-1 Les méfaits de la diffusion multiple

La diffusion multiple a plusieurs effets, tous néfastes quand il s'agit de s'approcher du seuil de dégénérescence quantique, c'est-à-dire obtenir de basses températures et de grandes densités :

- Elle crée une force de répulsion effective entre les atomes, qui tend à déstabiliser le nuage piégé. Nous avons discuté cet effet lors de l'étude du piège magnéto-optique.
- Elle tend à faire sortir les atomes de l'état noir dans le mécanisme de refroidissement par piégeage cohérent de population, en brouillant la cohérence entre les différents états internes qui entrent dans la fonction d'onde de cet état noir.
- Elle perturbe le refroidissement Raman, plus précisément sa phase de repompage, comme nous l'avons indiqué ci-dessus.
- Elle diminue l'efficacité du refroidissement Sisyphes, en brisant la corrélation entre déplacements lumineux et processus de pompage optique.

De plus, la diffusion multiple entraîne des reculs aléatoires des atomes diffusant des photons et crée un chauffage supplémentaire. Elle apparaît donc comme un obstacle majeur à l'obtention de la dégénérescence quantique directement à partir du refroidissement laser (Olshanii et al. 1996).

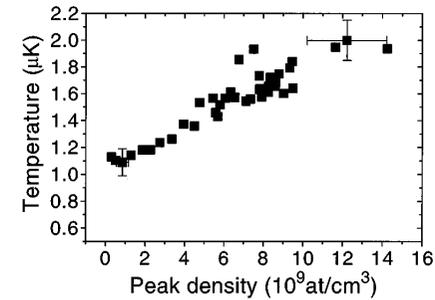


FIGURE 6.2. Variation de la température avec la densité atomique dans une expérience de refroidissement Sisyphes « gris ». Mesures faites sur un nuage d'atomes de césium par Boiron et al. (1996).

Dans plusieurs expériences, il a été mis en évidence une variation approximativement linéaire de la température avec la densité de l'échantillon (à géométrie fixée). On caractérise alors le chauffage dû à la diffusion multiple par le coefficient $\frac{dT}{dn}$. Par exemple, pour l'effet Sisyphes (brillant ou gris) dans une géométrie sphérique, on trouve pour un gaz de césium la valeur typique [figure 6.2 et Townsend et al. (1995); Boiron et al. (1996)] :

$$\frac{dT}{dn} \approx 600 \text{ nK}/(10^{10} \text{ cm}^{-3}), \quad (6.5)$$

ce qui est considérable [100 fois plus grand que les valeurs indiquées au chapitre 3 pour le refroidissement Doppler en raie étroite (Katori et al. 1999)]. Dans ce régime, partant d'un gaz qui serait refroidi au recul ($v_0 = v_r$, $T = 200 \text{ nK}$), la température doublerait dès que la densité atteint $3 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$, alors qu'il faudrait une densité 10^3 à 10^4 fois plus grande pour atteindre la dégénérescence quantique à cette température.

Lors de notre étude du refroidissement Doppler en raie étroite, nous avons signalé un remède (partiel) au problème de la diffusion multiple : quitter la géométrie sphérique pour passer à des nuages très allongés, de sorte que les photons émis spontanément peuvent quitter rapidement le milieu en s'échappant latéralement. Ce remède fonctionne également, au moins de manière partielle, pour le refroidissement Sisyphes : en utilisant une mélasse grise dans une géométrie très allongée ($600 \times 12 \times 12 \text{ microns}$),

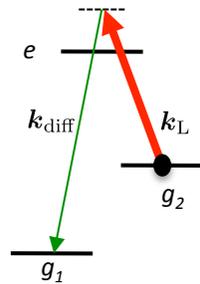


FIGURE 6.3. Tentative pour diminuer l'effet de la diffusion multiple : on désaccorde le faisceau laser de pompage optique, ce qui a pour effet de désaccorder également les photons Raman émis spontanément.

Boiron et al. (1998) ont obtenu une température de $\sim 2 \mu\text{K}$ pour une densité centrale de 10^{12} cm^{-3} .

1-2 Un remède simple...qui ne marche pas

Comment contourner le problème de la diffusion multiple ? Reprenons le processus de refroidissement Raman et sa phase de pompage optique qui ramène l'atome de g_2 vers g_1 , représentée sur la figure 6.1. On pourrait songer naïvement qu'il suffit de désaccorder suffisamment le faisceau lumineux k_L par rapport à la résonance $g_2 \leftrightarrow e$ pour diminuer les méfaits potentiels du photon de fluorescence émis (figure 6.3). En effet, par conservation de l'énergie, ce photon aura lui aussi une fréquence désaccordée par rapport à la fréquence de la transition $g_1 \leftrightarrow e$. Malheureusement, ce remède ne fonctionne pas : de manière paradoxale, la section efficace d'absorption par l'atome B du photon émis reste égale à la valeur maximale permise $\sim \lambda^2$, en dépit du désaccord de la fréquence de ce photon par rapport à la résonance atomique !

La raison en est rappelée sur la figure 6.4, déjà rencontrée aux chapitres précédents. Quand un faisceau laser ω_L « habille » la transition atomique $g_2 \leftrightarrow e$ et qu'on sonde la transition $g_1 \leftrightarrow e$ avec une autre lumière ω d'intensité arbitrairement faible, la population de l'état excité atomique possède deux maxima. Le premier maximum, facile à comprendre, correspond à

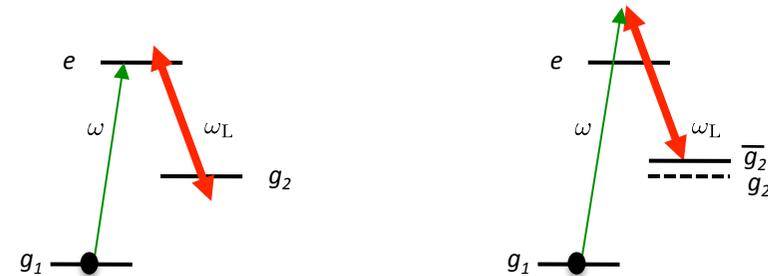
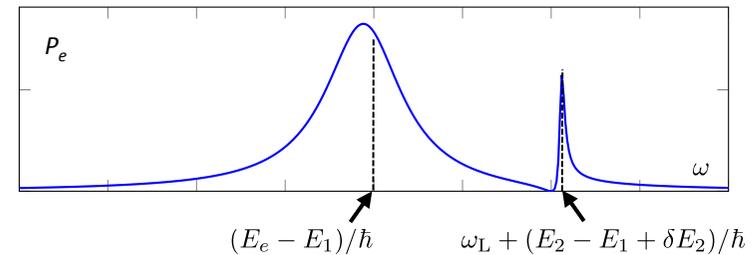


FIGURE 6.4. Diffusion d'un photon de pulsation ω dans un système en Λ quand un laser ω_L pilote la transition $g_2 \leftrightarrow e$. La population de l'état excité P_e possède deux maxima quand on varie ω : le premier correspond à la résonance simple $g_1 \leftrightarrow e$, le deuxième à la diffusion Raman résonante mettant en jeu l'état \bar{g}_2 , c'est-à-dire l'état g_2 déplacé par le laser.

un photon sonde résonant avec la transition $g_1 \leftrightarrow e$ (avec un léger déplacement lumineux de l'état e dû au laser de pulsation ω_L) :

$$\hbar\omega \approx E_e - E_1. \tag{6.6}$$

L'autre maximum, plus subtil, est obtenu pour (figure 6.4)

$$\hbar\omega = \hbar\omega_L + E_2 - E_1 + \delta E_2 \tag{6.7}$$

où δE_2 est le déplacement lumineux du niveau g_2 induit par le laser ω_L . C'est la condition de résonance Raman entre l'état $|g_1\rangle$ et l'état $|\bar{g}_2\rangle$, déplacé (ou « habillé ») par le laser ω_L . Cette résonance correspond à un profil de Fano que nous avons déjà discuté au chapitre 4 (Lounis & Cohen-Tannoudji 1992). La valeur élevée de la population de l'état e correspond

à une grande section efficace d'absorption du photon de pulsation ω . Or, c'est exactement à cette fréquence qu'est émis le photon du processus représenté sur la figure 6.3.

Finalement, pour un gaz de densité uniforme, les seuls remèdes (partiels) à la diffusion multiple démontrés à ce jour sont :

- choisir une transition étroite et de tirer profit de la robustesse du refroidissement Doppler pour atteindre malgré tout des densités dans l'espace des phases appréciables,
- prendre une géométrie limitant le libre parcours moyen d'un photon dans l'échantillon, par exemple des géométries en forme de cigare très allongé de sorte que le photon puisse s'échapper latéralement.

Nous allons voir dans le paragraphe suivant que la situation est favorablement modifiée dans un piège.

1-3 *Festina lente*

Le régime *festina lente*, initialement proposé par Cirac et al. (1996) et approfondi par Castin et al. (1998), consiste à placer les atomes dans un piège harmonique de fréquence d'oscillation Ω élevée. Plus précisément, on considère la situation où

$$\Omega \gg \gamma, \quad (6.8)$$

γ étant le taux de fluorescence causé par les lasers de refroidissement ou de pompage optique.

Pour une paire d'atomes piégés, le chauffage lors de la diffusion multiple se manifeste de la manière suivante : les atomes a et b sont initialement sur les niveaux de vibration n_a et n_b (figure 6.5). Après un processus de pompage optique, l'atome a bascule vers le niveau n'_a et un photon est émis. L'atome b peut diffuser ce photon et passer vers un niveau n'_b . Si $n'_a + n'_b = n_a + n_b$, l'énergie de la paire d'atomes est la même qu'initialement, rien de grave ne s'est produit. En revanche si $n'_a + n'_b > n_a + n_b$, l'énergie de la paire d'atomes a augmenté et ce chauffage, s'il se répète plusieurs fois avant que le photon sorte de l'échantillon, va dégrader fortement les performances du refroidissement.

L'argument de Cirac et al. (1996) est semi-qualitatif : il utilise un raisonnement fondé sur l'équation pilote à l'approximation du champ tournant

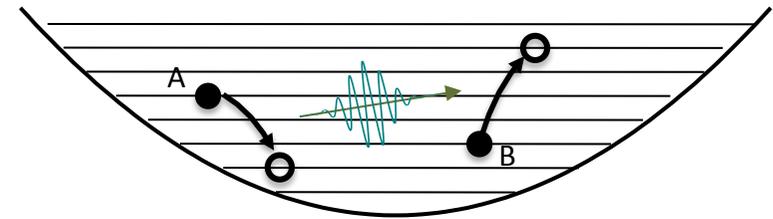


FIGURE 6.5. Un exemple d'effet de la diffusion multiple pour des atomes piégés. Un atome A passe de n_a à n'_a lors d'un processus de refroidissement impliquant l'émission spontanée d'un photon. Ce photon peut être diffusé par l'atome B qui passe de n_b à n'_b . Si $n'_a + n'_b > n_a + n_b$ (ce qui est le cas sur cette figure), l'énergie de la paire d'atomes A - B a augmenté, ce qui est défavorable.

pour justifier le fait que les termes de chauffage lors d'un processus de réabsorption doivent avoir une contribution diminuée quand la condition (6.8) est réalisée. Plus précisément, ces termes correspondent à une « rotation rapide » des coefficients de l'équation pilote, car ils oscillent à la pulsation $(n'_a + n'_b - n_a - n_b)\Omega$ alors que la relaxation se fait avec un taux γ . Leur contribution devient donc négligeable à la limite $\Omega \gg \gamma$, sauf pour les termes « séculaires » $n'_a + n'_b = n_a + n_b$ qui sont indolores sur le plan énergétique, comme nous l'avons mentionné plus haut.

Castin et al. (1998) ont repris le problème de manière plus quantitative ; ils ont montré que pour deux particules placées dans un piège harmonique isotrope tel que $\gamma \ll \Omega \ll \omega_r$, la probabilité de réabsorption \mathcal{P} était fortement diminuée dans le régime *festina lente*. Ils se sont placés dans le cas où la distance moyenne entre particules r est grande devant la longueur d'onde, c'est-à-dire $kr \gg 1$, et ils ont trouvé que le résultat connu pour des atomes libres, $\mathcal{P} \sim \sigma/4\pi r^2 \sim 1/(kr)^2$, devait être remplacé dans le régime *festina lente* par $\mathcal{P} \sim 1/(kr)^3$. Le gain espéré pour le régime *festina lente* est donc validé par cette analyse théorique précise.

Il n'y a eu que peu d'études expérimentales pour tester, même qualitativement, les prédictions faites pour le régime *festina lente*. Signalons le travail de Perrin et al. (1999) qui a exploré l'influence de la puissance du faisceau repompeur dans une expérience de refroidissement Raman. Une réduction de la température de l'ordre de 20% a été observé pour une va-

riation d'un facteur 20 de γ , mais ce taux de pompage γ restait malgré tout supérieur à la fréquence d'oscillation Ω dans le piège : le régime *festina lente* n'était donc pas vraiment atteint dans cette expérience.

1-4 Passage dans un réseau optique

Puisque le régime *festina lente* requiert des fréquences d'oscillation Ω élevées, il est naturel de chercher à le réaliser dans un réseau optique formé en superposant des ondes laser stationnaires dans les différentes directions de l'espace. Selon le désaccord choisi pour ces ondes, les atomes sont piégés aux nœuds ou aux ventres des ondes stationnaires. Le potentiel de confinement des atomes varie sur l'échelle de la longueur d'onde optique et des fréquences d'oscillation importantes, pouvant atteindre le MHz, sont obtenues.

Bien que l'analyse de Castin et al. (1998) ne s'applique pas telle quelle à un réseau optique, le gain espéré intuitivement est bien présent dans l'expérience : Wolf et al. (2000) ont étudié le refroidissement Sisyphe d'atomes de césium dans un réseau optique de grande profondeur et ils ont montré que le chauffage lié à la diffusion multiple était fortement réduit (par un facteur $\gtrsim 3$) par rapport à un gaz de même densité refroidi dans l'espace libre.

Le passage dans un réseau optique, avec les grandes fréquences Ω qu'il autorise, ouvre par ailleurs la voie au régime de Lamb–Dicke, pour lequel

$$\Omega \gg \omega_r = \frac{\hbar k^2}{2M}. \quad (6.9)$$

Il s'agit d'une condition différente de *festina lente* donnée en (6.8), les deux conditions étant en pratique réalisées simultanément dans les réseaux que nous allons considérer à partir de maintenant.

2 Le refroidissement par bande latérale

Nous considérons à partir de maintenant des atomes confinés dans un potentiel harmonique $\frac{1}{2}M\Omega^2 x^2$ ou un potentiel périodique $V(x) =$

$V_0 \sin^2(kx)$, $V_0 > 0$ (ou leur équivalent à deux ou trois dimensions). Dans le cas du potentiel périodique, la fréquence d'oscillation au voisinage d'un minimum de ce réseau est donnée par $\hbar\Omega = 2\sqrt{V_0 E_r}$. Nous supposons à partir de maintenant que la condition de Lamb–Dicke

$$\eta \equiv \sqrt{\frac{E_r}{\hbar\Omega}} \ll 1 \quad \text{avec} \quad E_r = \hbar\omega_r = \frac{\hbar^2 k^2}{2M} \quad (6.10)$$

est réalisée, ce qui impose dans le cas du réseau la hiérarchie des énergies :

$$E_r \ll \hbar\Omega \ll V_0. \quad (6.11)$$

En pratique, la condition de Lamb–Dicke est facilement satisfaite dans un réseau optique et elle peut également l'être dans une pince optique, formée par un faisceau lumineux très focalisé, s'il est suffisamment intense. Nous allons d'abord examiner ce que cette condition implique sur l'absorption et l'émission de photons par un atome. Nous présenterons ensuite le principe du refroidissement par bande latérale, d'abord pour des ions piégés, puis pour des atomes neutres.

2-1 Le régime de Lamb–Dicke

Pour introduire les éléments importants qui caractérisent les processus d'absorption et d'émission de photons dans le régime de Lamb–Dicke, considérons un processus élémentaire (figure 6.6) : un atome (ou un ion) à deux niveaux, g et e , est préparé dans l'état interne excité e . On s'intéresse à l'état final du centre de masse atomique quand l'atome est tombé par émission spontanée dans l'état interne fondamental g . Nous supposons dans ce paragraphe que l'atome ressent le potentiel harmonique $\frac{1}{2}M\Omega^2 r^2$, indépendamment de son état interne, g ou e , les niveaux d'énergie étant (à 1D) les $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\Omega$, $n \in \mathbb{N}$.

L'état initial externe de l'atome est un état propre du mouvement dans le piège, caractérisé par les trois nombres quantiques de vibration $\mathbf{n} \equiv (n_x, n_y, n_z)$. Le phénomène d'émission spontanée d'un photon d'impulsion $\hbar\mathbf{k}$ correspond à

$$|e, \mathbf{n}\rangle \longrightarrow |g, \mathbf{n}'\rangle + \mathbf{k}. \quad (6.12)$$

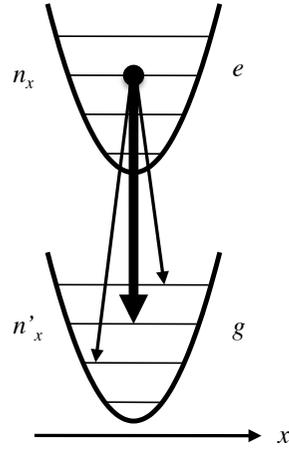


FIGURE 6.6. Emission spontanée d'un photon par un atome à deux niveaux g, e confiné dans un piège harmonique. Dans la limite de Lamb-Dicke, la transition avec le poids le plus important est la raie « sans recul » $n'_x = n_x$. Les deux autres transitions avec un poids significatif correspondent à $n'_x = n_x \pm 1$.

La question naturelle à poser porte sur les valeurs possibles de n' , pour un triplet \mathbf{n} de départ donné. Pour y répondre, on remarque que la probabilité d'arriver sur un niveau \mathbf{n}' donné fait intervenir, via la règle d'or de Fermi (cf. Chapitre 1) :

$$|\langle \mathbf{n}' | e^{i\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{r}}} | \mathbf{n} \rangle|^2, \quad (6.13)$$

où $\hat{\mathbf{r}}$ est l'opérateur position de l'atome.

L'extension spatiale de l'état vibrationnel \mathbf{n} de départ selon un axe donné, x par exemple, est $\approx \sqrt{n_x} a_{\text{oh}}$, où la longueur

$$a_{\text{oh}} = \left(\frac{\hbar}{M\Omega} \right)^{1/2} \quad (6.14)$$

caractérise l'extension de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique. Limitons-nous à des états vibrationnels faiblement excités, de sorte que $\sqrt{n_x}$ est d'ordre unité. L'argument de l'exponentielle intervenant dans (6.13), $\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{r}}$, a pour ordre de grandeur

$$|\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}| \sim k a_{\text{oh}} \sim \eta \ll 1, \quad (6.15)$$

où η est défini en (6.10). On peut donc faire un développement limité de l'exponentielle $e^{i\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{r}}}$:

$$e^{i\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{r}}} \approx 1 + i\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{r}}. \quad (6.16)$$

Plaçons-nous à une dimension pour simplifier les notations. L'opérateur position \hat{x} s'écrit en fonction des opérateurs création et annihilation de l'oscillateur harmonique formant le piège selon x :

$$\hat{x} = \frac{a_{\text{oh}}}{\sqrt{2}} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad \text{ou encore} \quad k\hat{x} = \eta (\hat{a} + \hat{a}^\dagger). \quad (6.17)$$

À l'ordre 1 du développement (6.16), on ne va obtenir un élément de matrice $\langle n' | \hat{x} | n \rangle$ non nul que si $|n - n'| = 1$, cet élément de matrice ayant pour valeur :

$$\langle n+1 | \hat{x} | n \rangle = \sqrt{n+1} \frac{a_{\text{oh}}}{\sqrt{2}}, \quad \langle n-1 | \hat{x} | n \rangle = \sqrt{n} \frac{a_{\text{oh}}}{\sqrt{2}}. \quad (6.18)$$

On déduit de ce qui précède le type de transitions dominantes dans le régime de Lamb-Dicke¹ (figure 6.6) :

- Les transitions sans changement d'état externe $\mathbf{n}' = \mathbf{n}$, obtenues à partir du premier terme de (6.16).
- Les transitions avec changement d'un quantum de vibration selon un axe, les deux autres étant inchangés, comme par exemple :

$$n'_x = n_x \pm 1, \quad n'_y = n_y, \quad n'_z = n_z. \quad (6.19)$$

Ces transitions sont obtenues à partir du second terme de (6.16), et se produisent avec une probabilité $\eta^2(n_x + 1)$ (pour $n'_x = n_x + 1$) et $\eta^2 n_x$ (pour $n'_x = n_x - 1$) plus faible que les premières.

Notons que la prédominance de la raie $\mathbf{n}' = \mathbf{n}$ correspond à une situation formellement très proche de celle de l'effet Mössbauer, dans lequel un noyau radioactif fortement lié dans un cristal émet un photon γ sans changement de fréquence lié au recul.

1. On pourra montrer que l'augmentation moyenne d'énergie lors du processus d'émission spontanée est indépendante de η et toujours égale à E_r .

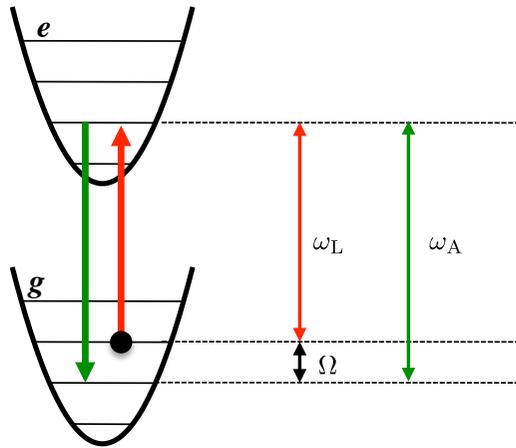


FIGURE 6.7. Principe du refroidissement par bande latérale pour un ion piégé. Un laser de fréquence $\omega_L = \omega_A - \Omega$ fait passer l'ion de l'état $|g, n+1\rangle$ à $|e, n\rangle$. La retombée par émission spontanée se fait préférentiellement sur la transition $|e, n\rangle \rightarrow |g, n\rangle$ de sorte qu'un quantum $\hbar\Omega$ est dissipé (sous forme d'énergie lumineuse) dans ce processus.

2-2 Expériences sur des ions piégés

La première expérience de refroidissement par bande latérale, menée à Boulder par Diedrich et al. (1989), a permis de refroidir un ion dans l'état fondamental de vibration du piège. Il s'agissait d'un ion $^{198}\text{Hg}^+$, refroidi sur une transition étroite $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2D_{5/2}$ (transition quadrupolaire électrique de longue durée de vie : $\Gamma^{-1} \sim 0.1$ s).

Le principe du refroidissement est illustré sur la figure 6.7 dans sa version 1D. L'ion est éclairé par un laser accordé sur les transitions

$$\text{absorption : } |g, n+1\rangle \longrightarrow |e, n\rangle, \quad (6.20)$$

c'est-à-dire que sa fréquence est

$$\omega_L = \omega_A - \Omega. \quad (6.21)$$

C'est de ce choix que provient le nom *refroidissement par bande latérale* : dans le référentiel au repos de l'ion, la fréquence d'absorption est ω_A . Dans le

référentiel du laboratoire, l'ion oscille à la fréquence Ω et son spectre d'absorption et d'émission est composée d'une bande centrale ω_A et de bandes latérales $\omega_A \pm n\Omega$. On choisit donc ici d'accorder le laser sur la première bande latérale, sur le côté rouge de la résonance.

Avec le choix (6.21), l'absorption résonante d'un photon se traduit par une diminution du nombre quantique de vibration d'une unité. Une fois dans l'état excité $|e, n\rangle$, l'ion peut retomber dans l'état fondamental en émettant un photon spontané. Dans la limite de Lamb-Dicke, cette émission se fait avec une forte probabilité (cf. fig. 6.6) sur la transition

$$\text{émission spontanée : } |e, n\rangle \longrightarrow |g, n\rangle. \quad (6.22)$$

Chaque cycle absorption-émission spontanée diminue donc l'état vibrations d'une unité, jusqu'à ce que l'ion arrive dans le niveau vibrationnel fondamental $n = 0$.

L'état stationnaire est caractérisé par les populations π_n des différents niveaux vibrationnels, avec $\pi_0 \approx 1$ et $\pi_n \ll 1$ pour $n \geq 1$. Le rapport entre π_0 et π_1 s'obtient en égalant les flux $g, n = 1 \rightarrow g, n = 0$ et $g, n = 0 \rightarrow g, n = 1$. Le premier vaut (figure 6.8, gauche)

$$|g, n = 1\rangle \rightarrow |e, n = 0\rangle \rightarrow |g, n = 0\rangle : \quad \gamma_{1 \rightarrow 0} \approx \frac{\kappa^2 \eta^2}{\Gamma}, \quad (6.23)$$

où κ est la fréquence de Rabi du laser d'excitation, réduite par le facteur de Lamb-Dicke η^2 pour tenir compte de l'élément de matrice à l'absorption $\langle n = 0 | e^{ikx} | n = 1 \rangle$.

Le flux $g, n = 0 \rightarrow g, n = 1$ est donné par l'excitation non résonante de l'état excité $e, n = 0$ ou $e, n = 1$, suivi de la désexcitation vers $g, n = 1$ (figure 6.8, droite). Le désaccord Δ à l'excitation est égal à Ω dans le premier cas et à 2Ω dans le deuxième cas [cf. (6.21)], de sorte que

$$|g, n = 0\rangle \rightarrow |e, n = 0\rangle \rightarrow |g, n = 1\rangle : \quad \gamma_{0 \rightarrow 1}^{(a)} \approx \frac{\Gamma \kappa^2 \eta^2}{4 \Omega^2}, \quad (6.24)$$

$$|g, n = 0\rangle \rightarrow |e, n = 1\rangle \rightarrow |g, n = 1\rangle : \quad \gamma_{0 \rightarrow 1}^{(b)} \approx \frac{\Gamma \kappa^2 \eta^2}{4 (2\Omega)^2}, \quad (6.25)$$

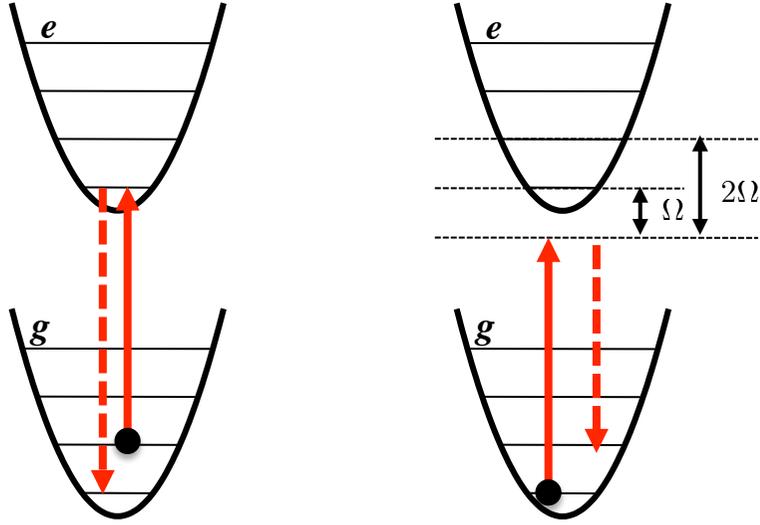


FIGURE 6.8. Les deux processus à considérer pour déterminer l'équilibre du refroidissement par bande latérale. Gauche, flux de $g, n = 1$ vers $g, n = 0$. Droite, flux de $g, n = 0$ vers $g, n = 1$ avec deux états relais possibles.

et le taux total² vaut $\gamma_{0 \rightarrow 1} = \gamma_{0 \rightarrow 1}^{(a)} + \gamma_{0 \rightarrow 1}^{(b)}$. L'égalité

$$\pi_0 \gamma_{0 \rightarrow 1} = \pi_1 \gamma_{1 \rightarrow 0} \quad (6.26)$$

entraîne alors (Wineland & Itano 1979)

$$\frac{\pi_1}{\pi_0} \approx \frac{5}{16} \frac{\Gamma^2}{\Omega^2} \ll 1. \quad (6.27)$$

Les populations des états plus excités ($n = 2, 3, \dots$) sont encore plus petites que π_1 dans la limite $\Gamma \ll \Omega$.

C'est en général la valeur de π_0 qu'on utilise comme critère pour juger du succès du refroidissement par bande latérale, en essayant de la rendre

2. On somme ici les probabilités des deux chemins et non leurs amplitudes. On pourra montrer que c'est légitime du fait qu'on prend la moyenne sur l'impulsion emportée par le photon diffusé lors du processus de pompage optique.

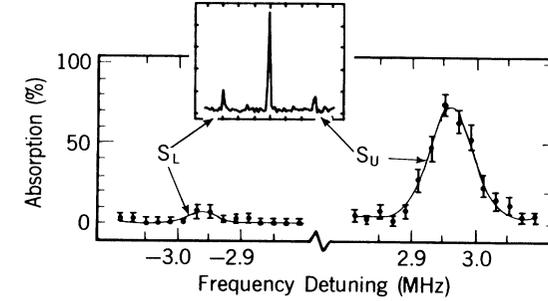


FIGURE 6.9. Spectre d'absorption d'un ion unique $^{198}\text{Hg}^+$ refroidi par bande latérale. L'encart supérieur représente le spectre avant refroidissement, avec un poids à peu près égal pour les deux transitions à $\omega_A \pm \Omega$, correspondant à $|g, n\rangle \rightarrow |e, n-1\rangle$ et $|g, n\rangle \rightarrow |e, n+1\rangle$. La figure principale montre le spectre après refroidissement : la bande latérale inférieure, à $\omega_A - \Omega$, est très réduite par rapport à la bande latérale supérieure à $\omega_A + \Omega$. Du poids relatif de ces deux raies, on peut déduire le rapport des populations π_1/π_0 [figure extraite de Diedrich et al. (1989)].

aussi proche que possible de 1. On peut s'intéresser également au nombre moyen d'excitations³

$$\bar{n} = \sum_n n \pi_n, \quad (6.28)$$

ainsi qu'à la température d'équilibre. On peut montrer en effet que les populations π_n suivent une loi de Boltzmann $\pi_n \propto \exp(-n\hbar\Omega/k_B T)$, soit

$$\bar{n} = \frac{1}{\exp(\hbar\Omega/k_B T) - 1} \Rightarrow k_B T = \frac{\hbar\Omega}{\ln(1 + \frac{1}{\bar{n}})}. \quad (6.29)$$

Dans l'expérience de Diedrich et al. (1989), l'ion $^{198}\text{Hg}^+$ était refroidi essentiellement dans l'état $g, n = 0$ avec $\pi_0 = 0.95$. Cette mesure était déduite du spectre d'absorption de l'ion piégé qui indiquait que la première bande latérale « rouge », correspondant aux transitions $|g, n\rangle \rightarrow |e, n-1\rangle$, était très réduite par rapport à la première bande latérale bleue $|g, n\rangle \rightarrow |e, n+1\rangle$ (figure 6.9).

3. Dans la limite (6.27), on a $\bar{n} \approx \frac{\pi_1}{\pi_0} \approx \frac{5}{16} \frac{\Gamma^2}{\Omega^2}$.

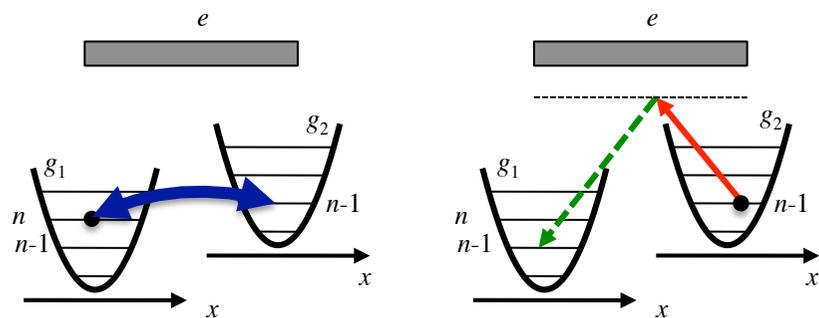


FIGURE 6.10. Refroidissement par bande latérale via une transition Raman. On a séparé le processus de refroidissement en deux phases, bien que les deux processus puissent être simultanés. L'atome est initialement dans l'état interne g_1 sur le niveau vibrationnel n (version 1D). Gauche : un couplage cohérent le fait passer dans l'état interne g_2 et le niveau vibrationnel $n - 1$. Droite : un processus de pompage optique impliquant l'émission spontanée d'un photon (trait pointillé) ramène l'atome vers l'état g_1 ; dans le régime de Lamb-Dicke, ce processus se fait en moyenne sans changement d'état interne, si bien que le bilan du cycle est une diminution du nombre vibrationnel d'une unité.

L'expérience de Diedrich et al. (1989) nécessite d'avoir une transition $g \leftrightarrow e$ avec un état excité e de longue durée de vie, ce qui semble contraignant. Mais nous avons vu dans des chapitres précédents que l'on peut remplacer la transition directe $g \leftrightarrow e$ par une transition Raman $g_1 \leftrightarrow g_2$ via un état excité quelconque, et fabriquer ainsi un système à deux niveaux « sur mesure », où la durée de vie γ^{-1} de g_2 est ajustable : il suffit de changer la puissance du faisceau repompeur qui ramène les atomes de g_2 vers g_1 . Ce principe a été mis en œuvre par Monroe et al. (1995) selon une proposition initiale de Heinzen & Wineland (1990). Le refroidissement par bande latérale via une transition Raman est désormais une technique standard en physique des ions piégés, et conduit à une population moyenne de l'état vibrationnel fondamental supérieure à 0.99.

2-3 Le cas des atomes neutres

Le principe du refroidissement par bande latérale pour des atomes neutres est très voisin de celui pour un ion piégé. L'atome est initialement dans l'état interne g_1 , qui est en pratique un sous-niveau Zeeman de l'état fondamental et dans un état vibrationnel $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ du piège confinant l'atome (pour un piège 3D).

- Un couplage cohérent que nous allons détailler plus loin fait basculer l'atome vers un autre état interne g_2 et un état vibrationnel moins élevé, par exemple $\mathbf{n}' = (n_x - 1, n_y, n_z)$.
- Un processus de pompage optique ramène l'atome de g_2 vers g_1 avec un taux γ choisi petit devant Ω . Dans la limite de Lamb-Dicke, ce pompage optique ne modifie généralement pas l'état vibrationnel de l'atome, qui termine donc ce cycle dans l'état $|g_1, \mathbf{n}'\rangle$: on a réduit l'énergie de l'atome de la quantité $\hbar\Omega_x$, cette énergie ayant été emportée par le photon de fluorescence émis lors du pompage optique de g_2 vers g_1 .
- On recommence cette procédure pour les deux autres directions y et z de l'espace.

La principale difficulté pour implémenter cette procédure réside dans la réalisation d'un piège de raideur suffisante. Il faut en effet que la fréquence d'oscillation Ω soit grande devant ω_r et γ , ce qui conduit à des fréquences $\Omega/2\pi$ de l'ordre de plusieurs dizaines de kHz. Comme nous l'avons déjà annoncé, une méthode bien adaptée pour obtenir de telles fréquences est d'utiliser un réseau optique (cf. cours 2012-13). Ce réseau peut être 1D (Perrin et al. 1998; Vuletic et al. 1998), 2D (Hamann et al. 1998) ou 3D (Kerman et al. 2000; Han et al. 2000). Dans tout ce qui suit (sauf en §2-5), nous traiterons chaque site du réseau comme un puits harmonique indépendant des autres. Cette approximation est valable quand la condition (6.11) est satisfaite, si on se limite aux états vibrationnels faiblement excités : la non-harmonicité du potentiel du réseau est alors négligeable, ainsi que l'effet tunnel vers les puits voisins. Un avantage annexe, mais appréciable, du réseau optique est que l'on peut ainsi refroidir un grand nombre d'atomes simultanément, en allant en principe jusqu'à un atome en chaque site du réseau. En revanche, dès que deux atomes sont présents sur le même site, au moins quand il s'agit d'un réseau 3D, les collisions assistées par la lumière conduisent à une perte de cette paire d'atomes.

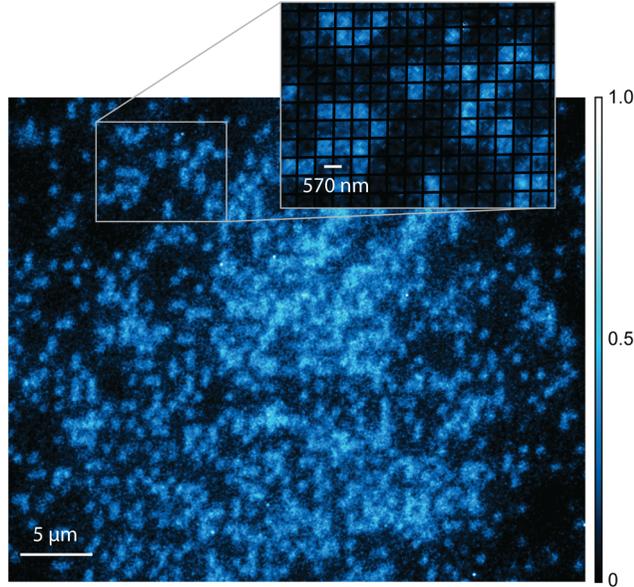


FIGURE 6.11. Fluorescence d'atomes individuels de ${}^6\text{Li}$ piégés sur les sites d'un réseau cubique et refroidis par bande latérale. Le facteur de remplissage est d'environ 40% au centre du nuage [figure extraite de Parsons et al. (2015)].

Il est également possible de réaliser ce refroidissement par bande latérale dans un puits unique, obtenu dans une pince optique formée par un faisceau laser très focalisé. En raison des pertes que nous venons d'évoquer, il n'y a alors qu'un atome présent dans la pince optique à chaque instant. Les premières expériences dans cette voie sont récentes et ont été réalisées à Boulder et au CUA (MIT-Harvard) par Kaufman et al. (2012) et Thompson et al. (2013).

Très récemment, la technique de refroidissement par bande latérale a été mise en œuvre pour imager des gaz sur réseau (Patil et al. 2014) et observer des atomes individuels piégés sur les sites d'un réseau optique, dans des expériences de *microscopie pour gaz quantique* (Cheuk et al. 2015; Parsons et al. 2015; Haller et al. 2015) (figure 6.11). Il s'agit d'atomes de lithium et de potassium (isotopes fermioniques) pour lesquels le refroidis-

sement de type Sisyphé fonctionne mal en raison de la trop faible valeur de la structure hyperfine dans l'état excité (cf. Chapitre 5). Le refroidissement par bande latérale, couplé à une imagerie de haute efficacité, permet d'observer les atomes un par un tout en figeant leur position, à un pas du réseau optique près⁴.

2-4 Comment réaliser le couplage cohérent

La réalisation du couplage cohérent est la partie la plus délicate dans la mise en œuvre du refroidissement par bande latérale pour des atomes piégés. Plaçons-nous à une dimension pour simplifier la discussion : il s'agit de trouver un opérateur \hat{W} ayant des éléments de matrice non nuls entre $|g_1, n\rangle$ et $|g_2, n-1\rangle$:

$$\langle g_2, n-1 | \hat{W} | g_1, n \rangle \neq 0. \quad (6.30)$$

Il faut donc que l'opérateur \hat{W} change à la fois l'état interne de l'atome ($g_1 \rightarrow g_2$) et son état externe ($n \rightarrow n-1$).

Utilisation de faisceaux laser auxiliaires. Sur le plan conceptuel, la méthode la plus simple pour induire la transition $g_1 \rightarrow g_2$ consiste à utiliser une paire de faisceaux laser induisant un transfert d'impulsion $\hbar\mathbf{q}$ (Bouchoule et al. 1999; Han et al. 2000). Dans ce cas, l'élément de matrice du couplage cohérent se factorise en

$$\langle g_2, n-1 | \hat{W} | g_1, n \rangle = \langle g_2 | \hat{W}_{\text{interne}} | g_1 \rangle \times \langle n-1 | e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} | n \rangle \quad (6.31)$$

et la partie spatiale se calcule simplement dans le régime Lamb-Dicke. Il faut alterner la direction du vecteur \mathbf{q} selon les directions de l'espace pour obtenir un refroidissement 3D (Han et al. 2000).

Utilisation d'une onde radiofréquence. Pour changer l'état interne, une transition radio-fréquence (ou micro-onde) peut faire l'affaire. Mais la longueur d'onde de cette radio-fréquence étant très grande devant l'extension

4. Haller et al. (2015) utilise une variante du refroidissement par bande latérale, appelée refroidissement par transparence électromagnétique induite (*EIT cooling*) proposée initialement par Morigi et al. (2000). On tire parti d'une résonance noire entre g_1, n et g_2, n pour minimiser l'influence des transitions sans changement d'état vibrationnel, et maximiser les transitions recherchées $g_1, n \rightarrow g_2, n-1$.

des états vibrationnels, l'action de \hat{W} sur les variables externes de l'atome est essentiellement négligeable si bien que

$$\text{radio-fréquence : } \langle g_2, n-1 | \hat{W} | g_1, n \rangle = \langle g_2 | \hat{W} | g_1 \rangle \times \langle n-1 | n \rangle = 0 \quad (6.32)$$

car les états de vibration $|n-1\rangle$ et $|n\rangle$ sont orthogonaux.

Il est toutefois possible de contourner cette difficulté en décalant spatialement le fond des puits de potentiel de g_2 par rapport à ceux de g_1 , de sorte que l'état vibrationnel $|n\rangle_1$ (pour l'état interne g_1) n'est pas centré au même endroit que $|n\rangle_2$ (pour l'état interne g_2). On a alors :

$$\text{radio-fréquence (bis) : } \langle g_2, n-1 | \hat{W} | g_1, n \rangle = \langle g_2 | \hat{W} | g_1 \rangle \times \langle n-1 | n \rangle_1 \neq 0. \quad (6.33)$$

Cette méthode est appelée *refroidissement par bande latérale projectif* et a été mise en œuvre⁵ à 1D par Förster et al. (2009), puis à 3D par Li et al. (2012). Le décalage spatial entre les puits de potentiel pour les deux états internes g_1 et g_2 est obtenu en tirant parti du fait que l'opérateur "déplacement lumineux", qui crée le potentiel du réseau optique, a une composante vectorielle qui, pour des atomes alcalins, est significative si le laser créant le réseau n'est pas trop éloigné de la résonance atomique : le potentiel lumineux dépend alors de l'état interne, ce qui est la condition recherchée.

Utilisation des faisceaux du réseau optique lui-même. Puisque l'opérateur "déplacement lumineux" à l'origine du réseau peut avoir une composante vectorielle couplant les différents états Zeeman, on peut en tirer parti de la manière suivante [Hamann et al. (1998) et Kerman et al. (2000)] :

- On se donne la valeur cible de la fréquence d'oscillation Ω et on applique un champ magnétique statique qui décale l'énergie de g_2 par rapport à g_1 d'environ $\hbar\Omega$. Ici, g_1 et g_2 sont deux sous-niveaux Zeeman d'un même niveau hyperfin, par exemple $|g_1\rangle = |F, m_F = F\rangle$ et $|g_2\rangle = |F, m_F = F - 1\rangle$ (figure 6.12a).
- On applique le réseau optique. La composante scalaire de l'opérateur déplacement lumineux, qui est le terme dominant, crée des puits de

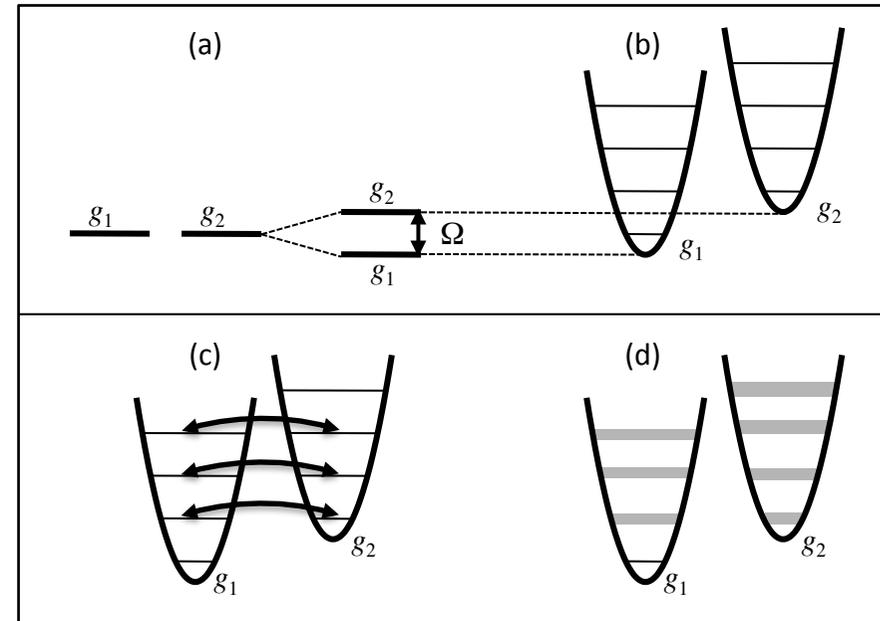


FIGURE 6.12. Les quatre étapes conduisant à un refroidissement par bande latérale via la composante vectorielle de l'opérateur "déplacement lumineux" (voir texte). Cette méthode a été mise en œuvre par Hamann et al. (1998) et Kerman et al. (2000).

potentiels identiques pour g_1 et g_2 avec la pulsation Ω . En combinaison avec l'effet du champ magnétique statique de l'item précédent, les états $|g_2, n\rangle$ sont donc au même niveau que les états $|g_1, n+1\rangle$ (figure 6.12b).

- Prenons maintenant en compte la composante vectorielle de l'opérateur "déplacement lumineux" à l'intérieur d'une multiplicité donnée $\{|g_1, n+1\rangle, |g_2, n\rangle\}$: les états propres de l'atome dans le réseau ne sont pas factorisés sous la forme $|g_i, n\rangle$, mais sont des superpositions d'états $\alpha|g_1, n+1\rangle + \beta|g_2, n\rangle$. Le seul état qui reste factorisé est l'état $|g_1, 0\rangle$ car il n'y a pas d'état impliquant g_2 dans son voisinage immédiat (figure 6.12c).

5. Perrin et al. (1998) utilisaient une transition Raman induite par deux faisceaux laser pour coupler g_1 et g_2 , mais ces faisceaux se propageaient dans la même direction et n'induisaient pas de couplage spatial. Ils étaient donc équivalents à un couplage radiofréquence.

- On applique un faisceau de pompage optique qui déstabilise l'état g_2 et qui repompe les atomes vers g_1 . Les états propres de l'atome dans le réseau acquièrent donc une durée de vie finie puisqu'ils sont contaminés par g_2 , à l'exception de l'état fondamental $|g_1, 0\rangle$ (figure 6.12d). On obtient ainsi l'état noir recherché.

La plupart des expériences exploratoires sur le refroidissement par bande latérale dans des réseaux optiques ont été menées avec des atomes de césium. Les performances après optimisation sont comparables d'une expérience à l'autre. À une et deux dimensions, des populations $\pi_0 > 95\%$ ont été observées par Hamann et al. (1998), Morinaga et al. (1999) et Förster et al. (2009). À trois dimensions, Kerman et al. (2000) et Li et al. (2012) ont obtenu $\pi_0 \sim 80\%$.

2-5 Ouverture adiabatique d'un réseau

La température des atomes après refroidissement par bande latérale est donnée par (6.29). À moins de réussir à produire un nombre moyen d'excitation \bar{n} extrêmement petit devant 1, cette température est généralement d'ordre Ω . Il s'agit donc de températures relativement élevées puisque l'on est amené à choisir de grandes valeurs de Ω (par rapport à ω_r par exemple) pour que le refroidissement par bande latérale fonctionne correctement.

Néanmoins, une fois les atomes refroidis dans un réseau optique, un moyen simple pour abaisser leur température (sans changer l'entropie du gaz) est d'abaisser adiabatiquement la profondeur du réseau (Kastberg et al. 1995; Kerman et al. 2000). Partant d'atomes refroidis dans l'état fondamental $n = 0$ aux différents nœuds du réseau, nous allons voir que ceci conduit à une distribution en vitesse dont la largeur est automatiquement en dessous de la limite du recul. Nous allons donner ici les grandes lignes du raisonnement permettant d'arriver à ce résultat et nous renvoyons le lecteur désireux d'approfondir le sujet vers le cours 2012-13 (chapitre 2), où la physique des réseaux optiques a été étudiée en détail.

Le potentiel du réseau optique étant périodique, le bon outil pour analyser la dynamique d'un atome est le formalisme déduit du théorème de Bloch. Plaçons-nous une fois de plus à 1D pour simplifier les notations et écrivons le potentiel du réseau $V(x) = V_0 \sin^2(kx)$, de période $a = \lambda/2 = \pi/k$. Le théorème de Bloch indique que l'on peut chercher les

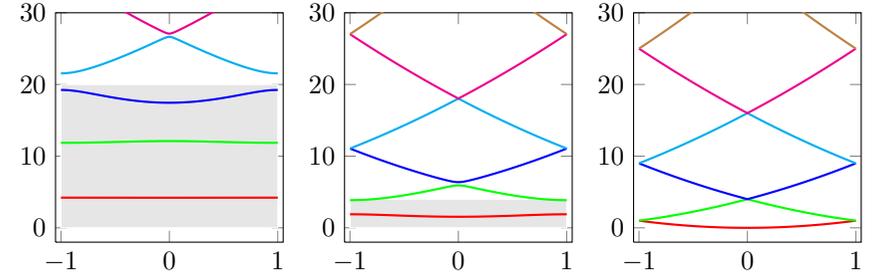


FIGURE 6.13. Premières bandes d'énergie $E_n(q)$ (unité $E_r = \hbar^2 k^2 / 2m$), en fonction de q/k pour un potentiel $V(x) = V_0 \sin^2(kx)$. De gauche à droite, $V_0/E_r = (20, 4, 0)$. Le rectangle grisé représente la zone d'énergie inférieure à la hauteur du potentiel V_0 .

états propres de l'hamiltonien à un atome sous la forme d'états de Bloch $\psi_{n,q}(x) = e^{ixq} u_{n,q}(x)$, où la fonction $u_{n,q}$ est périodique de période a et le quasi-moment q est choisi dans la première zone de Brillouin

$$-\pi/a < q \leq \pi/a \quad \text{ou encore} \quad -k < q \leq k. \quad (6.34)$$

L'indice $n = 0, 1, 2, \dots$ repère, pour un quasi-moment q fixé, les différents états d'énergie classés par ordre croissant. Quand q varie dans cette zone de Brillouin, on obtient pour n donné une bande d'énergie $E_n(q)$ (figure 6.13).

Le fait de choisir une fréquence d'oscillation élevée pour se placer dans le régime de Lamb–Dicke [condition (6.11)] implique que la profondeur du réseau V_0 est grande devant l'écart entre deux bandes consécutives, qui est d'ordre $\hbar\Omega$ pour les bandes peu excitées. La largeur des bandes, déterminée par l'effet tunnel d'un puits donné au puits voisin, est alors très faible devant Ω et ces bandes sont quasiment plates, d'énergie égale à $(n + \frac{1}{2})\hbar\Omega$: chaque site du réseau peut être vu comme un puits harmonique dans lequel l'atome se retrouve piégé, sans pouvoir sauter vers un site voisin.

Après refroidissement par bandes latérales, considérons que chaque atome a été placé dans l'état fondamental d'un site du réseau, *a priori* aléatoire (notre raisonnement se généralisera sans difficulté au cas $\bar{n} \neq 0$). Nous ne faisons pas d'hypothèse sur le taux de remplissage du réseau et nous négligeons tout phénomène de cohérence entre différents sites. L'opérateur

densité qui décrit cette situation est un mélange statistique des différents états $\psi_{n,q}(x)$ avec $n = 0$ et q réparti uniformément dans la première zone de Brillouin :

$$\hat{\rho} \propto \int_{-k}^{+k} |\psi_{0,q}\rangle \langle \psi_{0,q}| dq. \quad (6.35)$$

Quand on baisse la profondeur du réseau, c'est-à-dire que l'on varie l'amplitude du potentiel sous la forme $V(x,t) = V_0(t) \sin^2(kx)$, on conserve la nature périodique du problème. Ceci reste vrai même une fois le potentiel complètement éteint puisque le potentiel $V(x) = 0$ peut être vu comme un potentiel de période a et d'amplitude nulle. Dans le cas $V_0 = 0$, les bandes d'énergie sont obtenues simplement en partant de l'énergie d'une particule libre $E(p) = p^2/2M$, puis en « repliant » cette parabole ; on écrit pour cela l'impulsion sous la forme $p = \hbar(q + 2jk)$, avec $j \in \mathbb{Z}$ et q dans la première zone de Brillouin (figure 6.13, gauche).

Puisque le potentiel garde sa nature périodique de période a , le théorème de Bloch continue à s'appliquer à chaque instant de la décompression. Plus précisément, partant d'un état de Bloch $|\psi_{0,q}\rangle$, l'atome va rester dans un état de Bloch $e^{ixq}u(x)$, où $u(x)$ est une fonction périodique : le quasi-moment q est donc une constante du mouvement. Pour que la décompression s'accompagne d'un refroidissement optimal, il faut simplement s'assurer que l'extinction du réseau se fait suffisamment lentement pour que le transfert de la bande fondamentale vers les bandes excitées (à q donné) soit négligeable (figure 6.14). Le critère pour cela, établi dans le cours 2012-13, est que le temps d'extinction τ soit grand devant $1/\omega_r$.

Si cette condition est réalisée, l'état final après débranchement sera le même mélange statistique que (6.35), mais avec l'énergie d'un état $|\psi_{0,q}\rangle$ correspondant au cas de la particule libre $E(q) = \hbar^2 q^2 / 2M$. Comme le quasi-moment initial q est distribué aléatoirement et uniformément dans la zone de Brillouin, l'énergie cinétique moyenne après extinction du réseau vaut :

$$\frac{1}{2} M \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2k} \int_{-k}^{+k} \frac{\hbar^2 q^2}{2M} dq = \frac{1}{6} M v_r^2. \quad (6.36)$$

Refroidir les atomes dans l'état fondamental de chaque site du réseau offre donc la possibilité, via cette ouverture adiabatique, de produire un gaz notablement subrecul, avec une vitesse quadratique moyenne $v_0 \approx 0.6 v_r$.

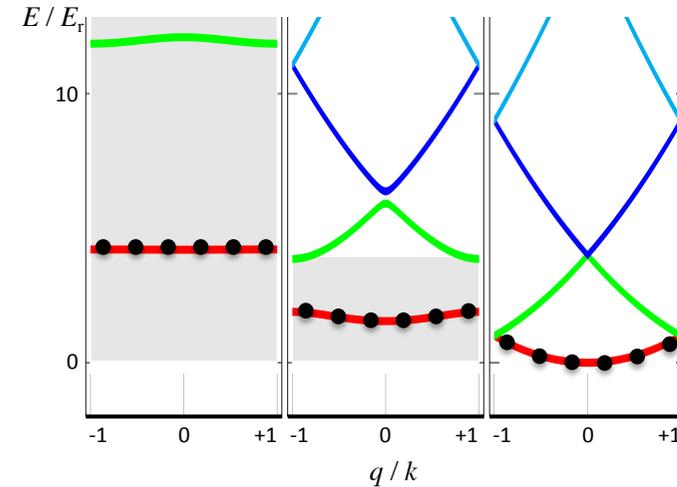


FIGURE 6.14. Extinction adiabatique d'un réseau optique. Les atomes occupent initialement la bande fondamentale d'un réseau optique, tous les quasi-moments q étant également peuplés. Lors de l'extinction du réseau, la périodicité du problème entraîne que le quasi-moment est conservé. Si la variation de l'intensité est suffisamment lente, les atomes restent sur la bande fondamentale jusqu'à l'extinction complète du réseau.

Sur le plan pratique, le refroidissement par bande latérale suivi d'une décompression adiabatique du réseau a été étudié par Kerman et al. (2000). La fraction d'atomes dans la bande fondamentale à l'issue du refroidissement était de $\sim 80\%$ et la vitesse quadratique moyenne après décompression adiabatique de $1.2 v_r$. Kerman et al. (2000) ont également mesuré la variation de la température avec la densité atomique et leur résultat illustre bien le gain apporté par le réseau pour réduire les effets néfastes de la diffusion multiple. Ils ont trouvé

$$\frac{dT}{dn} \approx 8 \text{ nK}/(10^{10} \text{ cm}^{-3}), \quad (6.37)$$

ce qui est 100 fois plus petit que le résultat (6.5) trouvé pour le refroidissement Sisyphe.

Ouverture du réseau et interactions. Notre raisonnement concernant l'ouverture adiabatique du réseau a été fait dans la limite où les interactions entre atomes jouent un rôle complètement négligeable lors de l'ouverture. L'état final est alors un gaz de faible énergie cinétique (sous le recul), mais non condensé. En effet, deux atomes occupant initialement deux sites distincts du réseau sont dans des états quantiques orthogonaux (les fonctions de Wannier associées à chaque site); en l'absence d'interaction, ils vont rester dans des états orthogonaux au cours de l'évolution hamiltonienne décrivant l'ouverture. Il ne peut donc pas y avoir d'accumulation macroscopique de particules dans un état individuel dans ce cas.

L'approximation consistant à négliger les interactions est légitime si le taux de remplissage du réseau est faible [10^{-3} dans l'expérience de Kerman et al. (2000)]. En revanche, si l'on part d'une situation avec tous les sites occupés par un atome et en présence d'interactions répulsives, l'état initial peut être vu comme un isolant de Mott avec facteur de remplissage unité. La décompression adiabatique du réseau en présence d'interactions doit alors conduire à une phase condensée et superfluide, de température nulle.

3 Peut-on se passer de l'émission spontanée ?

Dans ce cours, nous avons passé en revue un certain nombre de mécanismes, plus ou moins complexes, permettant d'augmenter la densité dans l'espace des phases d'une assemblée d'atomes, libres ou piégés. Le point commun à tous ces mécanismes est le phénomène d'émission spontanée. C'est grâce à lui que l'on a pu diminuer le désordre du gaz, l'entropie étant transférée dans les modes du champ électromagnétique. Mais cette émission spontanée vient également imposer des limites au refroidissement.

- Sur le plan fondamental, plusieurs de ces mécanismes conduisent à une vitesse quadratique moyenne v_0 de l'ordre de la vitesse de recul v_r , du fait du caractère aléatoire des reculs encaissés par l'atome lorsqu'il émet spontanément un photon.
- Sur le plan pratique, les photons émis spontanément peuvent subir de multiples diffusions avant de sortir de l'échantillon, ce qui crée un chauffage additionnel qui peut être considérable pour des gaz denses, comme nous l'avons rappelé en § 1.

Nous en arrivons donc à la question naturelle suivante : l'émission spontanée est-elle réellement indispensable au refroidissement radiatif ? Même si la réponse intuitive à cette question est positive, nous allons voir qu'il y a des nuances à lui apporter. Par ailleurs, certains auteurs pensent avoir observé expérimentalement un refroidissement (léger) d'un gaz d'atomes sans émission spontanée (Corder et al. 2015). Faute d'informations précises sur ces expériences très récentes, nous ne les discuterons pas ici en détail, mais nous allons énoncer dans ce dernier paragraphe un certain nombre de résultats qui restreignent le type d'effets auxquels on peut s'attendre.

3-1 Évolution hamiltonienne d'un gaz sans interaction

L'évolution hamiltonienne d'un gaz de N atomes sans interaction ne peut pas conduire à l'augmentation de la densité dans l'espace des phases ou de l'occupation d'un état quantique individuel. Nous avons déjà détaillé ce point dans le chapitre introductif du cours [voir également Ketterle & Pritchard (1992)]; si l'hamiltonien s'écrit comme une somme d'hamiltonien à une particule

$$\hat{H}(t) = \sum_{n=1}^N \hat{H}^{(n)}(t), \quad (6.38)$$

alors l'évolution de l'opérateur densité à une particule est unitaire et ses valeurs propres sont constantes dans le temps : on ne peut ni augmenter, ni diminuer l'occupation d'un état donné, mais simplement convertir un état en un autre. Il est par exemple possible, par ouverture adiabatique d'un piège, de convertir des états de faible extension spatiale x_0 et de grande vitesse quadratique moyenne v_0 , en états de grand x_0 et de faible v_0 . La température, définie par $k_B T = M v_0^2$, aura diminué mais chaque état quantique du piège aura conservé sa population (figure 6.15).

3-2 Atome et champ électromagnétique quantifié

Quand un ensemble d'atomes est couplé au champ électromagnétique quantifié, l'hamiltonien du système est plus riche que (6.38). Limitons-nous au cas d'un seul atome et plaçons-nous dans le cadre de l'approximation

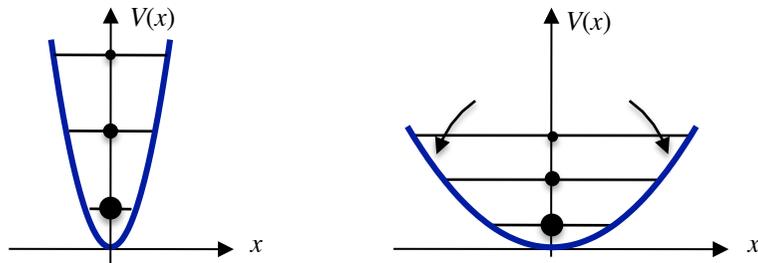


FIGURE 6.15. Ouverture adiabatique d'un piège harmonique : la population des états quantiques reste constante.

dipolaire électrique pour décrire le couplage atome-champ. L'hamiltonien total s'écrit :

$$\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_C - \hat{\mathbf{D}} \cdot \hat{\mathbf{E}}(\hat{\mathbf{r}}). \quad (6.39)$$

où \hat{H}_A et H_C représentent les hamiltoniens de l'atome et du champ électromagnétique libre. L'hamiltonien de l'atome est

$$\hat{H}_A = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2M} + \hat{H}_{A,\text{interne}}. \quad (6.40)$$

Dans cette expression, $\hat{\mathbf{r}}$ et $\hat{\mathbf{p}}$ représentent les opérateurs position et impulsion du centre de masse de l'atome, $\hat{H}_{A,\text{interne}}$ l'hamiltonien décrivant l'évolution des variables internes de l'atome et $\hat{\mathbf{D}}$ son opérateur dipole électrique. Dans le modèle simple de « l'atome à deux niveaux » que nous avons utilisé à de multiples reprises dans ce cours, l'opérateur dipole s'écrit

$$\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{d}|e\rangle\langle g| + \text{H.c.} \quad (6.41)$$

où le vecteur \mathbf{d} représente le dipole réduit de la transition modélisée. Les modes du champ sont caractérisés par leur vecteur d'onde \mathbf{k} (avec $\omega = ck$) et leur polarisation ϵ , et on indexe chaque mode par la notation compacte $\lambda \equiv (\mathbf{k}, \epsilon)$. L'hamiltonien du champ électromagnétique libre est

$$\hat{H}_C = \sum_{\lambda} \hbar\omega \hat{a}_{\lambda}^{\dagger} \hat{a}_{\lambda} \quad (6.42)$$

où les opérateurs $\hat{a}_{\lambda}^{\dagger}$ et \hat{a}_{λ} sont les opérateurs création et annihilation d'un photon dans le mode λ . Enfin, l'opérateur champ électrique $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$ s'écrit

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \sum_{\lambda} \mathcal{E}_{\lambda} \epsilon \hat{a}_{\lambda} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + \text{H.c.} \quad \text{avec} \quad \mathcal{E}_{\lambda} = i\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 L^3}}, \quad (6.43)$$

où L^3 représente le volume de quantification, les vecteurs d'onde \mathbf{k} s'écrivant $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{L} \mathbf{n}$, $\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^3$.

Quand aucun faisceau lumineux n'arrive sur l'atome, l'état du champ électromagnétique est le vide de photons, pour lequel aucun mode n'est peuplé :

$$|\text{vac}\rangle = \prod_{\lambda} |0\rangle_{\lambda}. \quad (6.44)$$

Quand l'atome est éclairé par un faisceau lumineux, certains modes du champ électromagnétique (voire une infinité) sont occupés. Les processus d'absorption et d'émission stimulée correspondent à la destruction et à la création de photons dans ces modes occupés, alors que le phénomène d'émission spontanée correspond à la création de photons dans des modes initialement vides⁶.

3-3 Utilisation d'un champ non-classique

Si aucune contrainte supplémentaire n'est apportée sur l'état du champ, il est possible de trouver des situations où un refroidissement (au sens « accumulation dans un même état quantique ») se produit sans peupler de modes du rayonnement qui seraient initialement vides. Donnons en ici un exemple 1D, illustré sur la figure 6.16. On éclaire un atome par deux faisceaux contre-propageants de fréquence $\omega = ck$ et $\omega' = ck'$ choisis tels que $\omega - \omega' = \hbar K^2 / (2M)$ avec $K = k + k'$, de sorte que la transition Raman entre l'état d'impulsion nulle $p = 0$ et l'état d'impulsion $p = \hbar K$ se fait de manière résonnante. On peut supposer que le désaccord par rapport à l'état excité est grand pour négliger la population de cet état. De même, pour

6. Plus précisément, la probabilité de créer un photon dans un mode λ contenant déjà n_{λ} photons sera proportionnelle à $n_{\lambda} + 1$: le terme n_{λ} est dû à l'émission stimulée et le terme "1" à l'émission spontanée.

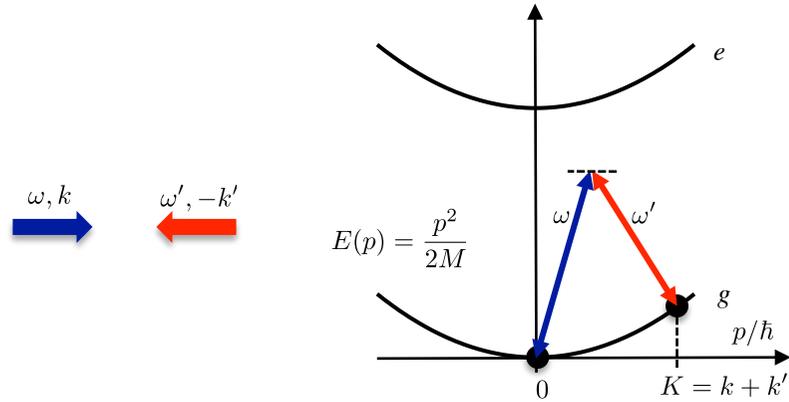


FIGURE 6.16. Configuration laser 1D avec deux ondes progressives contre-propageantes de pulsation ω et ω' induisant une transition résonante entre l'état d'impulsion nulle $p = 0$ et l'état d'impulsion $p = \hbar K$ avec $K = k + k'$.

un couplage atome-lumière suffisamment faible, on peut négliger les processus non résonnants qui conduiraient à la population des états $p = n\hbar K$ avec $n \neq 0, 1$.

Supposons d'abord que l'état initial du système atome + champ est

$$|\psi(0)\rangle = |p = 0\rangle \otimes |N, N'\rangle, \quad (6.45)$$

avec N photons dans le mode k et N' photons dans le mode k' ; notons que cette notion qui consiste à définir explicitement le nombre et l'impulsion de photons dans un mode donné n'a de sens que si les modes en question sont définis par une cavité (en anneau) physique, ce que nous supposons à partir de maintenant. L'état du système à l'instant t va s'écrire

$$|\psi(t)\rangle = \alpha(t)|p = 0\rangle \otimes |N, N'\rangle + \beta(t)|p = \hbar K\rangle \otimes |N - 1, N' + 1\rangle \quad (6.46)$$

puisque l'on passe de $p = 0$ à $p = K$ par absorption d'un photon du mode ω et émission stimulée d'un photon dans le mode ω' . L'élément de matrice correspondant se déduit de l'action des opérateurs $\hat{a}'^\dagger \hat{a}$ et est donc proportionnel à $\sqrt{N(N' + 1)}$. Partant de $p = 0$ à l'instant $t = 0$, la probabilité de trouver l'atome dans l'état $p = 0$ à l'instant t peut alors s'écrire

$$P(p = 0 : t | p = 0 : 0) = \cos^2 \left(\sqrt{N(N' + 1)} \alpha_0 t \right), \quad (6.47)$$

où le paramètre α_0 s'écrit $\alpha_0 = \kappa_0^2 / (4\Delta)$, κ_0 étant la fréquence de Rabi « à un photon », caractérisant le couplage atome lumière, et Δ le désaccord de ω et ω' avec la fréquence de résonance atomique ($|\Delta| \gg \omega_r, \Gamma$).

Supposons maintenant que l'état initial du système atome + champ est

$$|\psi(0)\rangle = |p = \hbar K\rangle \otimes |N, N'\rangle; \quad (6.48)$$

un raisonnement similaire indique que l'état à l'instant t sera de la forme

$$|\psi(t)\rangle = \gamma(t)|p = \hbar K\rangle \otimes |N, N'\rangle + \delta(t)|p = 0\rangle \otimes |N + 1, N' - 1\rangle \quad (6.49)$$

avec cette fois-ci une absorption dans le mode ω' et une émission stimulée dans le mode ω . La probabilité de trouver l'atome dans l'état d'impulsion $p = 0$ à l'instant t sachant que l'atome était dans l'état d'impulsion $p = \hbar K$ à l'instant 0 s'écrit donc

$$P(p = 0 : t | p = \hbar K : 0) = \sin^2 \left(\sqrt{(N + 1)N'} \alpha_0 t \right). \quad (6.50)$$

On peut alors choisir un couple N, N' et une valeur du paramètre $\alpha_0 t$ tels que⁷ :

- L'atome initialement dans l'état $p = 0$ a une probabilité voisine de 1 d'y être encore à l'instant t :

$$\sqrt{N(N' + 1)} \alpha_0 t \approx 0 \pmod{\pi}. \quad (6.51)$$

- L'atome initialement dans l'état $p = \hbar K$ a une probabilité voisine de 1 de se trouver dans l'état $p = 0$ à l'instant t :

$$\sqrt{(N + 1)N'} \alpha_0 t \approx \frac{\pi}{2} \pmod{\pi}. \quad (6.52)$$

Partant d'une matrice densité pour l'atome correspondant à un mélange statistique à poids 1/2 pour $p = 0$ et $p = \hbar K$, on trouve à l'instant t une matrice densité où la population de $p = 0$ est devenu voisine de 1. En d'autres termes, grâce au champ laser préparé initialement dans l'état de Fock (état non-classique) $|N, N'\rangle$, on a réussi (sans émission de photons dans les modes initialement vides) à diminuer le « désordre » initial de la distribution en impulsion de l'atome, en transférant ce désordre sur le champ lumineux.

7. Par exemple $\alpha_0 t = \pi/10$, $N = 10^2$, $N' = 10^4$.

Remarque. Écrire que le processus qui précède opère sans émission spontanée est un abus de langage : l'argument repose sur la différence entre N et $N+1$ (ou N' vs. $N'+1$). Or, l'origine physique de cette différence correspond précisément à l'émission spontanée dans le mode ω (ou ω'). Il est donc correct de dire qu'il n'y a pas de photons créés dans les modes vides du rayonnement, mais abusif de dire que l'émission spontanée ne joue aucun rôle⁸.

3-4 Et avec un état cohérent ?

L'exemple du paragraphe précédent nous a montré qu'il était possible, en utilisant un état bien choisi du champ électromagnétique, de se passer de l'émission spontanée pour refroidir une assemblée d'atomes. Toutefois, la génération d'états de Fock, comme l'état $|N, N'\rangle$ de cet exemple, est une opération délicate. Dans une expérience réaliste, on manipule des champs lumineux qui sont issus de sources laser et qui sont bien décrits par des états cohérents (ou quasi-classiques) du champ électromagnétique, c'est-à-dire des états propres des opérateurs annihilation :

$$\hat{a}_\lambda|\text{coh}\rangle = \alpha_\lambda|\text{coh}\rangle \quad (6.53)$$

où α_λ est un nombre complexe.

Commençons par un mode donné pour simplifier les notations. L'état propre de \hat{a} avec la valeur propre α , que nous noterons $|\alpha\rangle$ à partir de maintenant, peut s'écrire explicitement de différentes façons :

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &= \exp(\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a})|0\rangle = e^{-|\alpha|^2/2}e^{\alpha\hat{a}^\dagger}|0\rangle \\ &= e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}|n\rangle. \end{aligned} \quad (6.54)$$

Dans une situation réaliste, plusieurs modes du champ électromagnétique sont peuplés, correspondant à des vecteurs d'onde, des polarisations et des fréquences différentes. L'état du champ à l'instant initial $t = 0$, avant

8. On peut d'ailleurs obtenir un résultat similaire à (6.51–6.52) en prenant $N = 0$, $N' \neq 0$, situation dans laquelle l'accumulation dans $p = 0$ résulte de l'émission spontanée dans le mode ω , par l'intermédiaire d'un simple processus de pompage optique.

que l'interaction avec les atomes n'ait commencé, peut donc s'écrire

$$|\psi_C(0)\rangle = \hat{\mathcal{D}}[\{\alpha_\lambda\}]|\text{vac}\rangle \quad (6.55)$$

avec l'opérateur unitaire $\hat{\mathcal{D}}$, appelé *opérateur déplacement*, défini par :

$$\hat{\mathcal{D}}[\{\alpha_\lambda\}] = \prod_{\lambda} \exp(\alpha_\lambda \hat{a}_\lambda^\dagger - \alpha_\lambda^* \hat{a}_\lambda). \quad (6.56)$$

Nous supposons que l'état du système total atome+champ $|\tilde{\Psi}(0)\rangle$ est factorisé à cet instant initial (pas de corrélation entre les deux) de sorte que :

$$|\Psi(0)\rangle = |\psi_A(0)\rangle \otimes |\psi_C(0)\rangle. \quad (6.57)$$

Il est alors intéressant de faire sur le vecteur du système total $|\Psi(t)\rangle$ la transformation unitaire suivante, suggérée initialement par Mollow (1975) [voir aussi Cohen-Tannoudji et al. (2012), exercice 17] :

$$|\tilde{\Psi}\rangle = \hat{U}(t)|\Psi(t)\rangle \quad \text{avec} \quad \hat{U}(t) = \left(\hat{\mathcal{D}}[\{\alpha_\lambda e^{-i\omega t}\}]\right)^\dagger. \quad (6.58)$$

Dans cette transformation unitaire, l'équation de Schrödinger

$$i\hbar \frac{d|\Psi(t)\rangle}{dt} = \hat{H}|\Psi(t)\rangle \quad (6.59)$$

devient

$$i\hbar \frac{d|\tilde{\Psi}(t)\rangle}{dt} = \hat{H}(t)|\tilde{\Psi}(t)\rangle \quad (6.60)$$

avec l'hamiltonien dépendant désormais explicitement du temps

$$\hat{H}(t) = \hat{U}(t)\hat{H}\hat{U}^\dagger(t) + i\hbar \frac{d\hat{U}(t)}{dt}\hat{U}^\dagger(t). \quad (6.61)$$

Avant de calculer explicitement ce nouvel hamiltonien, indiquons tout de suite l'intérêt de cette transformation unitaire : à l'instant initial, l'état après transformation unitaire est

$$|\Psi(0)\rangle = |\psi_A(0)\rangle \otimes |\text{vac}\rangle. \quad (6.62)$$

Au prix d'une dépendance explicite en temps de l'hamiltonien, nous pouvons donc considérer que le champ électromagnétique est initialement dans son état fondamental, le vide de photons.

Le calcul de l'hamiltonien transformé se fait sans difficulté à partir des relations :

$$\hat{U}(t) \hat{a}_\lambda \hat{U}^\dagger(t) = \hat{a}_\lambda + \alpha_\lambda e^{-i\omega t} \quad (6.63)$$

$$\hat{U}(t) \hat{a}_\lambda^\dagger \hat{U}^\dagger(t) = \hat{a}_\lambda^\dagger + \alpha_\lambda^* e^{+i\omega t}, \quad (6.64)$$

qui entraînent que

$$\hat{U}(t) \hat{H}_C \hat{U}^\dagger(t) + i\hbar \frac{d\hat{U}(t)}{dt} \hat{U}^\dagger(t) = \hat{H}_C. \quad (6.65)$$

L'hamiltonien atomique est inchangé dans la transformation et le couplage dipolaire électrique devient

$$\hat{U}(t) \hat{\mathbf{D}} \cdot \hat{\mathbf{E}}(\hat{\mathbf{r}}) \hat{U}^\dagger(t) = \hat{\mathbf{D}} \cdot \hat{\mathbf{E}}(\hat{\mathbf{r}}) + \hat{\mathbf{D}} \cdot \mathcal{E}(\hat{\mathbf{r}}, t) \quad (6.66)$$

où la fonction $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$ est donnée par :

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_\lambda \mathcal{E}_\lambda \epsilon \alpha_\lambda e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} + \text{c.c.} \quad (6.67)$$

Cette expression n'est autre que le champ électrique classique, dépendant du temps, pour lequel on a donné à chaque mode l'amplitude initiale α_λ .

Au final, l'hamiltonien du système global peut s'écrire comme somme de deux termes, $\hat{H}(t) = \hat{H}_1(t) + \hat{H}_2$. Le premier dépend du temps et ne porte que sur les variables atomiques, couplées au champ classique $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$:

$$\hat{H}_1(t) = \hat{H}_A - \hat{\mathbf{D}} \cdot \mathcal{E}(\hat{\mathbf{r}}, t). \quad (6.68)$$

Le second fait intervenir la dynamique du champ électromagnétique quantifié et le couplage du champ quantique à l'atome :

$$\hat{H}_2 = \hat{H}_C - \hat{\mathbf{D}} \cdot \hat{\mathbf{E}}(\hat{\mathbf{r}}). \quad (6.69)$$

Le bilan de cette transformation est donc remarquable : on s'est ramené à un problème où les phénomènes d'émission spontanée sont clairement séparés de ceux liés à l'absorption et l'émission stimulée :

- L'état du champ électromagnétique quantique est après transformation le vide de photons (6.62). Les phénomènes d'absorption et d'émission stimulée sont décrits par l'hamiltonien $\hat{H}_1(t)$ qui ne porte que sur les variables de l'atome, couplées à un champ classique imposé de l'extérieur et dépendant du temps.

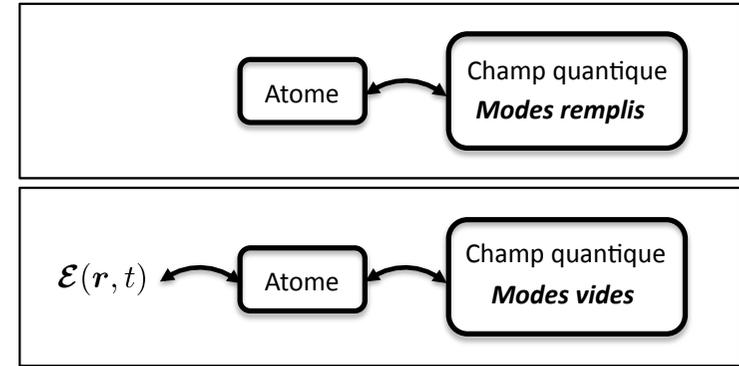


FIGURE 6.17. Bilan de la transformation unitaire (6.58). La figure du haut représente la situation de départ, celle du bas la situation après transformation.

- Les phénomènes d'émission spontanée sont décrits par l'hamiltonien \hat{H}_2 , tous les modes du champ étant initialement vides et se remplissant au fur et mesure de l'émission spontanée de photons par l'atome.

On est alors en mesure de répondre à la question initiale de ce paragraphe pour le cas d'un champ électromagnétique initialement dans un état cohérent. Si on néglige les phénomènes d'émission spontanée, donc l'hamiltonien \hat{H}_2 dans ce qui précède, on est ramené via l'hamiltonien $\hat{H}_1(t)$ à un problème du type de celui considéré en (6.38). On ne peut alors pas espérer observer une accumulation d'atomes dans un état quantique donné : les valeurs propres de l'opérateur densité à un corps seront inchangées lors de l'évolution due au couplage atome-champ. En d'autres termes, l'émission spontanée est indispensable pour refroidir, avec un rayonnement préparé dans un état cohérent, un gaz d'atomes sans interaction.

4 Conclusions

La première conclusion de cet enseignement consacré au refroidissement radiatif est la grande diversité et la grande richesse des mécanismes qui ont été proposés depuis l'idée initiale du refroidissement Doppler en 1975. Tous n'ont pas été explorés expérimentalement et nous avons choisi

de ne décrire dans cette série de cours que ceux qui ont donné lieu à une étude pratique détaillée et convaincante. En dépit de cette restriction, nous n'avons pas pu aborder toutes les catégories de processus permettant de refroidir une assemblée d'atomes avec de la lumière. Citons ici deux absents, sur lesquels nous aurons probablement l'occasion de revenir dans les cours des années ultérieures. D'abord le refroidissement en cavité, qui a donné lieu récemment à des développements spectaculaires [pour une revue, voir par exemple Ritsch et al. (2013)]. Mentionnons ensuite les mécanismes incluant une boucle de rétro-action sur le gaz d'atomes, inspirés du concept de refroidissement stochastique très utilisé en physique des hautes énergies [voir par exemple la proposition originale de Raizen et al. (1998)].

Nous n'avons pas abordé non plus le refroidissement par évaporation qui permet, au prix de pertes de particules et de constantes de temps relativement longues, d'atteindre des températures comparables à celles d'un refroidissement radiatif optimisé (entre 0.1 et 1 μK), avec des densités spatiales souvent considérablement plus grandes. Le succès remarquable du refroidissement par évaporation amène d'ailleurs à poser la question suivante : est-il pertinent d'approfondir encore les mécanismes de refroidissement lumineux, certes sans pertes et plus rapides, mais plus compliqués à mettre en place ?

La dernière conclusion de ce cours sera une réponse doublement positive à cette question. Tout d'abord, le refroidissement par évaporation, aussi efficace soit-il, présente également des limites. L'évaporation d'une particule plus énergétique que la moyenne se fait quand celle-ci atteint les bords de l'échantillon, ce qui entraîne que le refroidissement ne se fait pas de manière homogène ; il est plus efficace en périphérie du gaz qu'au centre, ce qui peut constituer un biais significatif dans certaines situations. Par ailleurs, le refroidissement radiatif, transposé à des assemblées d'atomes en interaction, peut constituer un outil pour explorer de nouvelles phases de la matière. Le principe du refroidissement par état noir par exemple peut être transposé à une assemblée d'atomes pour préparer des états à N corps, fortement corrélés, qui ne pourraient pas être atteints par une évolution hamiltonienne « standard » [voir par exemple Bardyn et al. (2013)]. La physique à N corps dissipative en est encore à ses premiers pas pour ce qui concerne le domaine des gaz quantiques, mais les concepts développés depuis quarante ans pour refroidir des atomes indi-

viduels avec de la lumière seront sans aucun doute amenés à y jouer un rôle essentiel.

Références

- Bardyn, C-E, M A Baranov, C V Kraus, E Rico, A İmamoğlu, P Zoller & S Diehl (2013), « Topology by dissipation », in *New Journal of Physics* 15.8, p. 085001.
- Boiron, D., A. Michaud, P. Lemonde, Y. Castin, C. Salomon, S. Weyers, K. Szymaniec, L. Cagnet & A. Clairon (1996), « Laser cooling of cesium atoms in gray optical molasses down to 1.1 μK », in *Phys. Rev. A* 53 (6), R3734–R3737.
- Boiron, D., A. Michaud, J. M. Fournier, L. Simard, M. Sprenger, G. Grynberg & C. Salomon (1998), « Cold and dense cesium clouds in far-detuned dipole traps », in *Phys. Rev. A* 57, R4106.
- Bouchoule, I., H. Perrin, A. Kuhn, M. Morinaga & C. Salomon (1999), « Neutral atoms prepared in Fock states of a one-dimensional harmonic potential », in *Phys. Rev. A* 59 (1), R8–R11.
- Castin, Y., J. I. Cirac & M. Lewenstein (1998), « Reabsorption of Light by Trapped Atoms », in *Phys. Phys. Lett.* 80, p. 5305.
- Cheuk, Lawrence W., Matthew A. Nichols, Melih Okan, Thomas Gersdorf, Vinay V. Ramasesh, Waseem S. Bakr, Thomas Lompe & Martin W. Zwierlein (2015), « Quantum-Gas Microscope for Fermionic Atoms », in *Phys. Rev. Lett.* 114 (19), p. 193001.
- Cirac, J. I., M. Lewenstein & P. Zoller (1996), « Collective laser cooling of trapped atoms », in *Europhysics Letters* 35, p. 647.
- Cohen-Tannoudji, Claude, Jacques Dupont-Roc & Gilbert Grynberg (2012), *Processus d'interaction entre photons et atomes*, Edp Sciences.
- Corder, Christopher, Brian Arnold & Harold Metcalf (2015), « Laser Cooling without Spontaneous Emission », in *Phys. Rev. Lett.* 114 (4), p. 043002.
- Diedrich, F., J. C. Bergquist, W. M. Itano & D. J. Wineland (1989), « Sideband cooling in an ion trap », in *Phys. Rev. Lett.* 62, p. 403.
- Förster, Leonid, Michał Karski, et al. (2009), « Microwave Control of Atomic Motion in Optical Lattices », in *Phys. Rev. Lett.* 103 (23), p. 233001.
- Haller, Elmar, James Hudson, Andrew Kelly, Dylan A Cotta, Bruno Peau-decerf, Graham D Bruce & Stefan Kuhr (2015), « Single-atom ima-

- ging of fermions in a quantum-gas microscope », in *arXiv preprint arXiv :1503.02005*.
- Hamann, S. E., D. L. Haycock, G. Klose, P. H. Pax, I. H. Deutsch & P. S. Jessen (1998), « Resolved-Sideband Raman Cooling to the Ground State of an Optical Lattice », in *Phys. Rev. Lett.* 80 (19), pp. 4149–4152.
- Han, Dian-Jiun, Steffen Wolf, Steven Oliver, Colin McCormick, Marshall T. DePue & David S. Weiss (2000), « 3D Raman Sideband Cooling of Cesium Atoms at High Density », in *Phys. Rev. Lett.* 85 (4), pp. 724–727.
- Heinzen, D. J. & D. J. Wineland (1990), « Quantum-limited cooling and detection of radio-frequency oscillations by laser-cooled ions », in *Phys. Rev. A* 42 (5), pp. 2977–2994.
- Kastberg, A., W. D. Phillips, S. L. Rolston, R. J. C. Spreeuw & P. S. Jessen (1995), « Adiabatic Cooling of Cesium in an Optical Lattice », in *Phys. Rev. Lett.* 74, p. 1542.
- Katori, H., T. Ido, Y. Isoya & M. Kuwata-Gonokami (1999), « Magneto-optical trapping and cooling of Strontium atoms down to the photon recoil temperature », in *Phys. Rev. Lett.* 82, p. 116.
- Kaufman, A. M., B. J. Lester & C. A. Regal (2012), « Cooling a Single Atom in an Optical Tweezer to Its Quantum Ground State », in *Phys. Rev. X* 2 (4), p. 041014.
- Kerman, Andrew J., Vladan Vuletic, Cheng Chin & Steven Chu (2000), « Beyond Optical Molasses : 3D Raman Sideband Cooling of Atomic Cesium to High Phase-Space Density », in *Phys. Rev. Lett.* 84 (3), pp. 439–442.
- Ketterle, W. & D. E. Pritchard (1992), « Atom Cooling By Time-Dependent Potentials », in *Phys. Rev. A* 46, pp. 4051–4054.
- Li, Xiao, Theodore A. Corcovilos, Yang Wang & David S. Weiss (2012), « 3D Projection Sideband Cooling », in *Phys. Rev. Lett.* 108 (10), p. 103001.
- Lounis, B. & C. Cohen-Tannoudji (1992), « Coherent population trapping and Fano profiles », in *J. Phys II France* 2, p. 579.
- Mollow, B. R. (1975), « Pure-state analysis of resonant light scattering : Radiative damping, saturation, and multiphoton effects », in *Phys. Rev. A* 12 (5), pp. 1919–1943.
- Monroe, C., D. M. Meekhof, B. E. King, S. R. Jefferts, W. M. Itano, D. J. Wineland & P. Gould (1995), « Resolved-Sideband Raman Cooling of a Bound Atom to the 3D Zero-Point Energy », in *Phys. Rev. Lett.* 75 (22), pp. 4011–4014.
- Morigi, Giovanna, Jürgen Eschner & Christoph H. Keitel (2000), « Ground State Laser Cooling Using Electromagnetically Induced Transparency », in *Phys. Rev. Lett.* 85 (21), pp. 4458–4461.
- Morinaga, M., I. Bouchoule, J.-C. Karam & C. Salomon (1999), « Manipulation of Motional Quantum States of Neutral Atoms », in *Phys. Rev. Lett.* 83 (20), pp. 4037–4040.
- Olshanii, M., Y. Castin & J. Dalibard (1996), « Laser Spectroscopy XII », in , ed. by M. Inguscio, M. Allegrini & A. Sasso, Singapore: World Scientific, , pp. 7–12.
- Parsons, Maxwell F., Florian Huber, Anton Mazurenko, Christie S. Chiu, Widagdo Setiawan, Katherine Wooley-Brown, Sebastian Blatt & Markus Greiner (2015), « Site-Resolved Imaging of Fermionic ${}^6\text{Li}$ in an Optical Lattice », in *Phys. Rev. Lett.* 114 (21), p. 213002.
- Patil, Y. S., S. Chakram, L. M. Aycocock & M. Vengalattore (2014), « Non-destructive imaging of an ultracold lattice gas », in *Phys. Rev. A* 90 (3), p. 033422.
- Perrin, H., A. Kuhn, I. Bouchoule & C. Salomon (1998), « Sideband cooling of neutral atoms in a far-detuned optical lattice », in *EPL (Europhysics Letters)* 42.4, p. 395.
- Perrin, H, A Kuhn, I Bouchoule, T Pfau & C Salomon (1999), « Raman cooling of spin-polarized cesium atoms in a crossed dipole trap », in *EPL (Europhysics Letters)* 46.2, p. 141.
- Raizen, MG, J Koga, B Sundaram, Y Kishimoto, H Takuma & T Tajima (1998), « Stochastic cooling of atoms using lasers », in *Physical Review A* 58.6, p. 4757.
- Ritsch, Helmut, Peter Domokos, Ferdinand Brennecke & Tilman Esslinger (2013), « Cold atoms in cavity-generated dynamical optical potentials », in *Reviews of Modern Physics* 85.2, p. 553.
- Stellmer, Simon, Benjamin Pasquiou, Rudolf Grimm & Florian Schreck (2013), « Laser Cooling to Quantum Degeneracy », in *Phys. Rev. Lett.* 110 (26), p. 263003.
- Thompson, J. D., T. G. Tiecke, A. S. Zibrov, V. Vuletic & M. D. Lukin (2013), « Coherence and Raman Sideband Cooling of a Single Atom in an Optical Tweezer », in *Phys. Rev. Lett.* 110 (13), p. 133001.
- Townsend, C. G., N. H. Edwards, C. J. Cooper, K. P. Zetie, C. J. Foot, A. M. Steane, P. Szriftgiser, H. Perrin & J. Dalibard (1995), « Phase-space density in the magneto-optical trap », in *Phys. Rev. A* 52, p. 1423.

- Vuletic, Vladan, Cheng Chin, Andrew J. Kerman & Steven Chu (1998), « Degenerate Raman Sideband Cooling of Trapped Cesium Atoms at Very High Atomic Densities », in *Phys. Rev. Lett.* 81 (26), pp. 5768–5771.
- Wineland, D. J. & Wayne M. Itano (1979), « Laser cooling of atoms », in *Phys. Rev. A* 20 (4), pp. 1521–1540.
- Wolf, Steffen, Steven J. Oliver & David S. Weiss (2000), « Suppression of Recoil Heating by an Optical Lattice », in *Phys. Rev. Lett.* 85 (20), pp. 4249–4252.