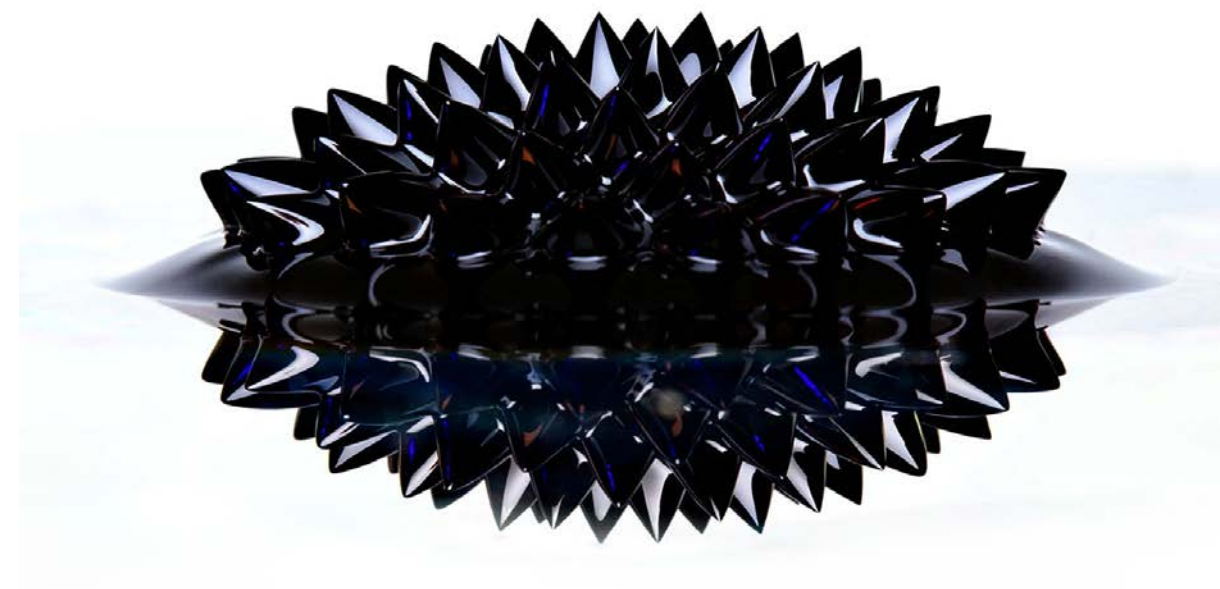


Interactions magnétiques entre atomes froids: gouttelettes quantiques et états supersolides

Année 2024, cours 6

Fraction superfluide et bornes de Leggett



<http://pro.college-de-france.fr/jean.dalibard/index.html>

image : wikipedia, G.F. Maxwell



COLLÈGE
DE FRANCE
— 1530 —

Séminaire et atelier

Ce matin : *Semilocalization of disordered spins in cavity QED*

Guido Pupillo

Université de Strasbourg et Centre Européen de Sciences Quantiques, ISIS (U. Strasbourg et CNRS)

Cet après-midi, 14h00-18h00 : atelier *Rydberg Atoms and Quantum Simulation* co-organisé avec Michel Brune

Intervenants :

Guido Pupillo (ISIS, Strasbourg), *Multi-qubit gates with neutral atoms: Towards fault-tolerant quantum computing*

Monika Aidelsburger (U. Munich), *Quantum simulation of Floquet topological systems with ultracold atoms*

Thomas Ayrar (ATOS Quantum Lab, Paris), *Combinatorial optimization with Rydberg platforms: advances and challenges*

Thierry Lahaye (LCF, Palaiseau), *Exploring the properties of the dipolar XY model with arrays of Rydberg atoms*

Benoît Vermersch (LPMCM, Grenoble) , *Robust universal quantum processors in spin systems via Walsh pulse sequences*

Clément Sayrin (LKB, Paris), *Interacting Laser-Trapped Circular Rydberg Atoms for Quantum Simulation*

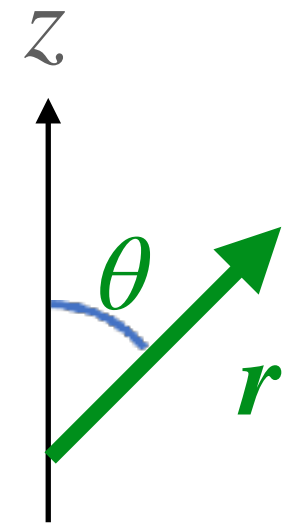
L'interaction dipôle-dipôle et son anisotropie

$$g_{\text{dd}} = \frac{1}{3} \mu_0 \mu^2$$

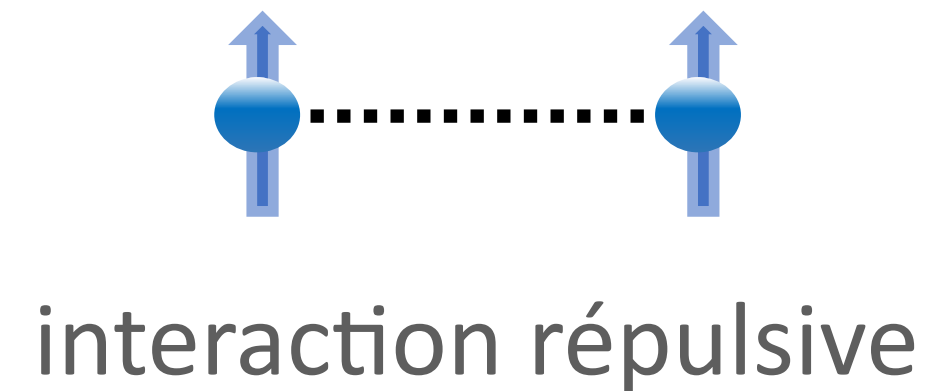
Fluide quantique (bosons) à température nulle avec des interactions binaires

$$V(\mathbf{r}) = g \delta(\mathbf{r}) + \frac{3g_{\text{dd}}}{4\pi} \frac{1}{r^3} (1 - 3 \cos^3 \theta)$$

dipôles polarisés selon z



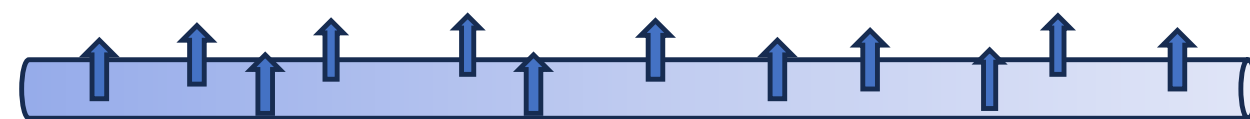
Caractère anisotrope :



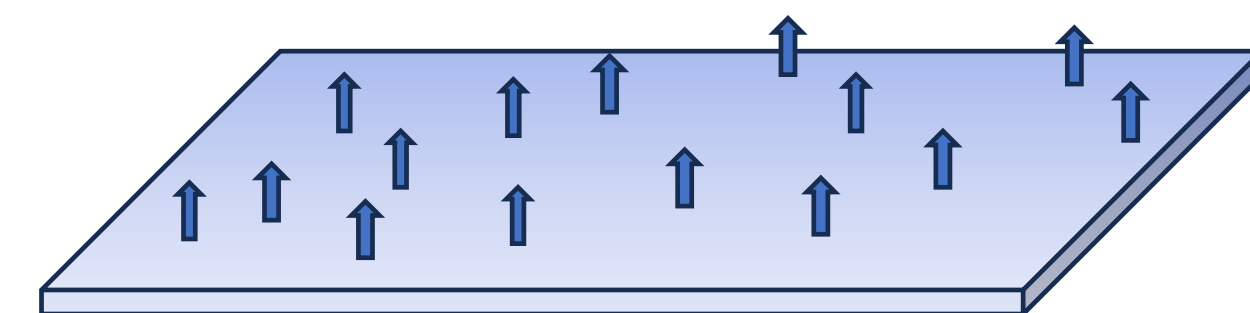
interaction attractive



Mise en place d'un confinement fort selon l'axe z pour empêcher la formation de gouttelettes allongées



géométrie quasi-1D

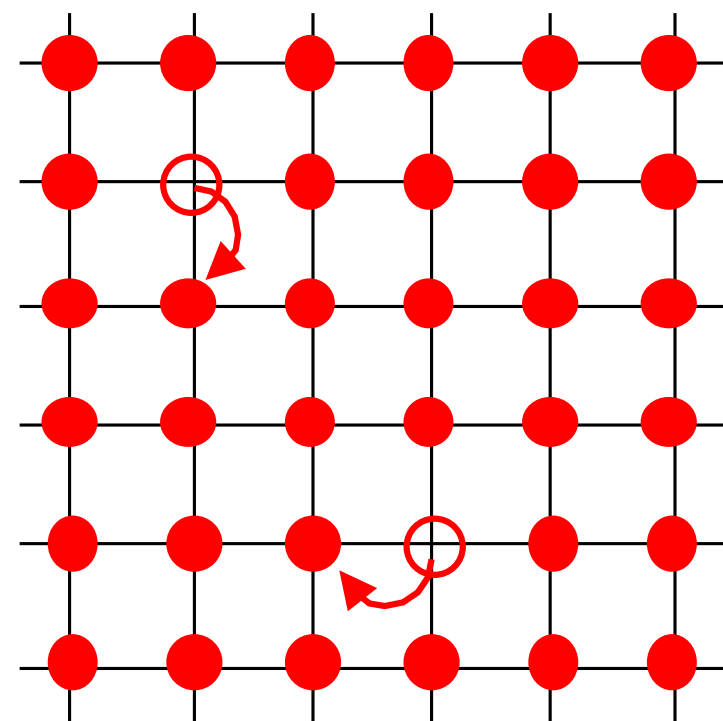


géométrie quasi-2D

La supersolidité

Co-existence de deux ordres pour une assemblée de particules

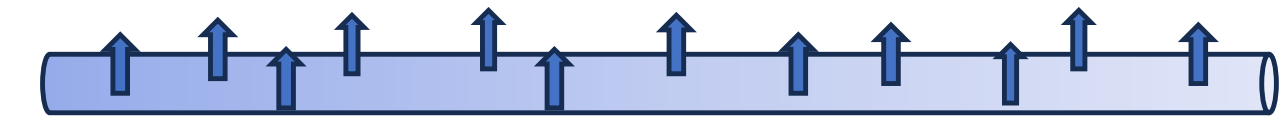
- un ordre spatial : brisure spontanée de la symétrie de translation
- un ordre superfluide :
 - émergence d'un ordre en phase à longue portée
 - possibilité d'un écoulement sans dissipation



Etat de la matière dont l'existence est postulée dès les années 1960, cherché (en vain) sur l'hélium solide

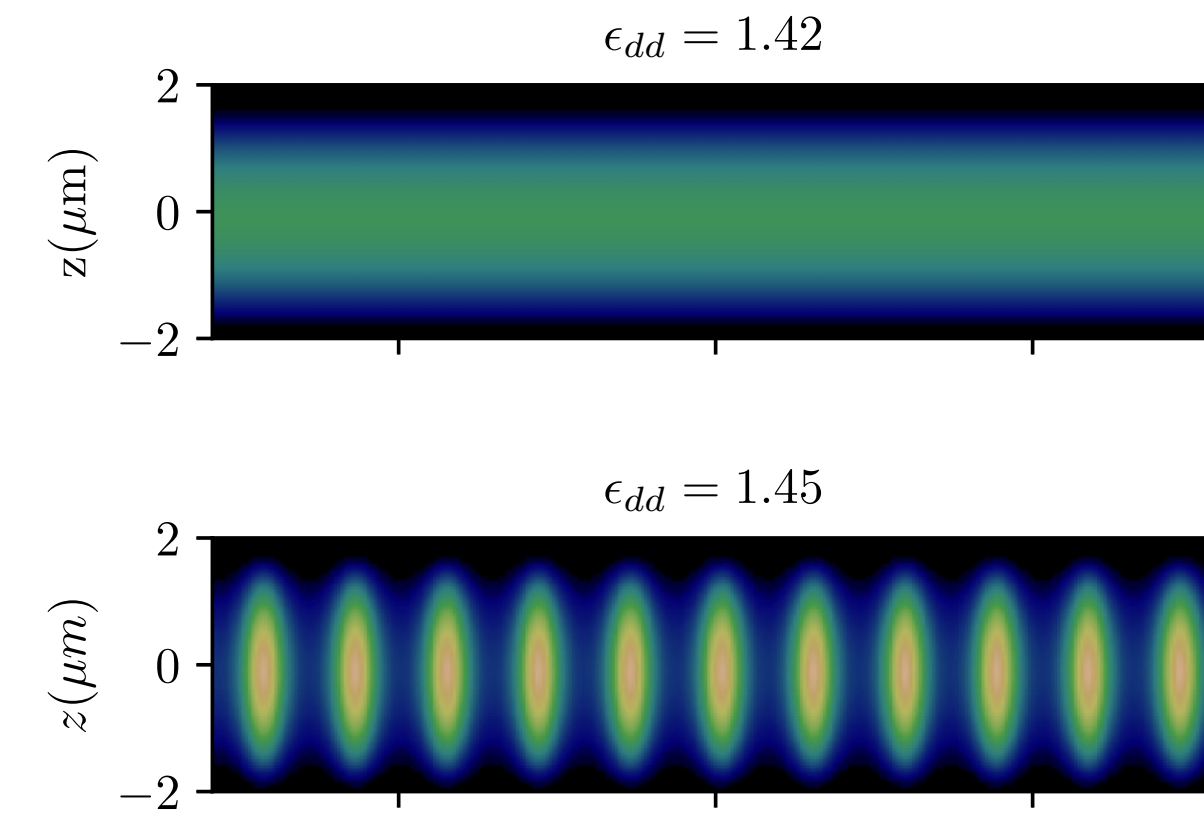
Les gaz d'atomes froids en interaction dipolaire permettent de réaliser un tel état

Rappel sur le cas uni-dimensionnel (cours 5)

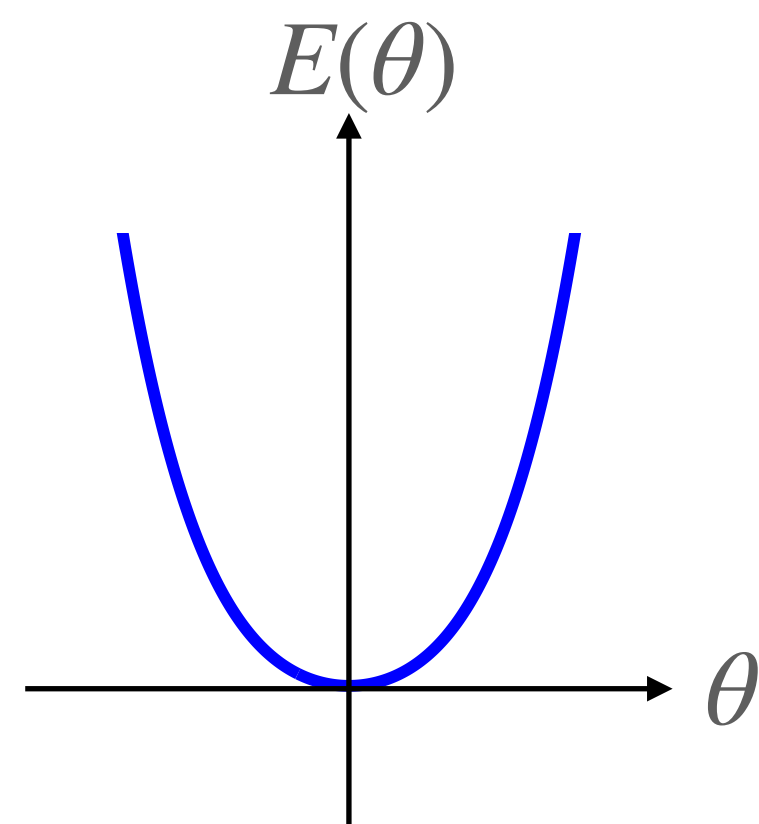


Roccuzzo & Ancilotto, 2019

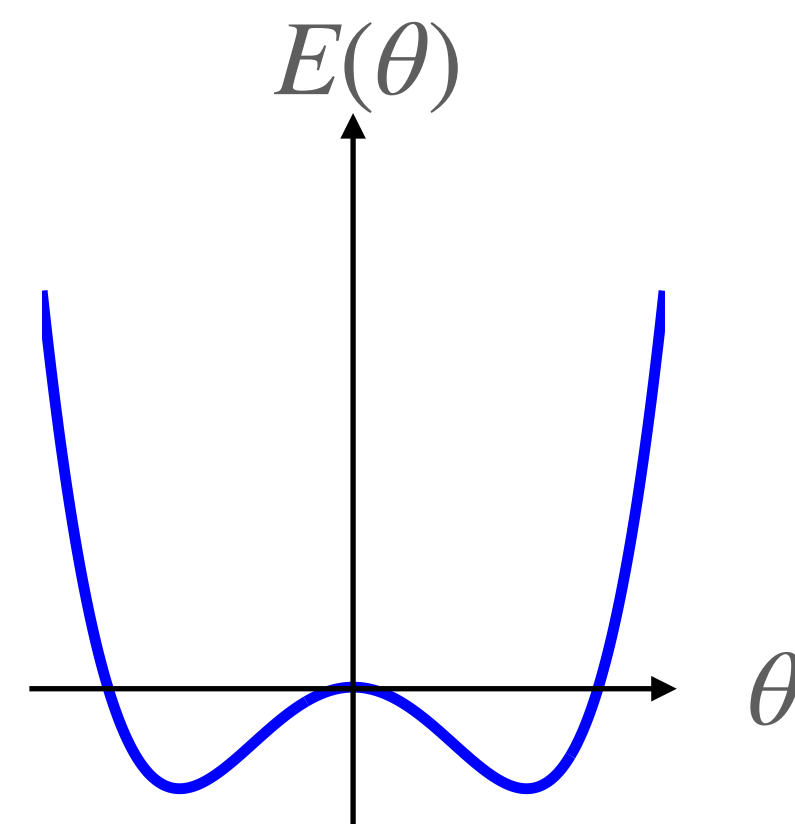
Comparaison de l'énergie de l'état uniforme $\psi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{L}}$
et de l'état modulé : $\psi_\theta(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} \left[\cos \theta + \sqrt{2} \sin \theta \cos(kx) \right]$



Transition du deuxième ordre vers un état modulé au dessus d'une densité critique



$$a_2 > 0$$



$$a_2 < 0$$

$$E(\theta) = E_0 + a_2\theta^2 + a_4\theta^4 + \dots$$

$$\rightarrow a_4 > 0$$

$$\rightarrow a_2 \text{ peut changer de signe}$$

Point critique : $a_2 = 0$

Cas 1D: lien avec le minimum de roton (cours 5)

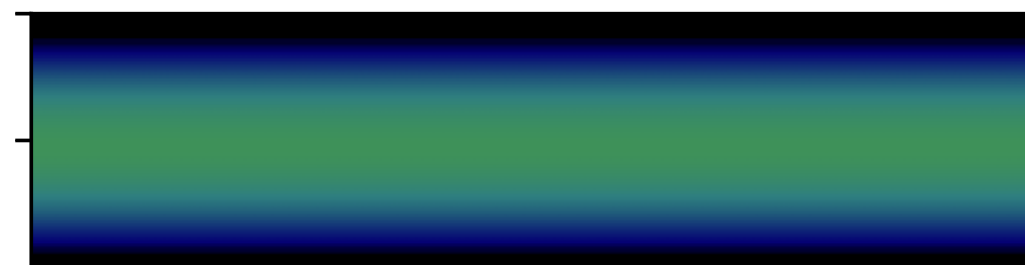
$$\epsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Energie de la fonction modulée :

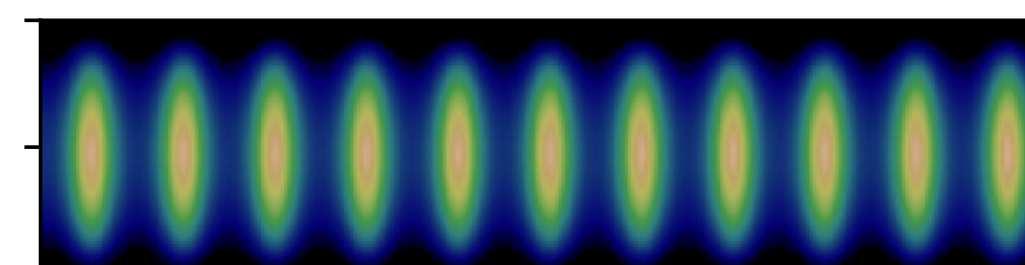
$$E(\theta) = E_0 + a_2 \theta^2 + a_4 \theta^4 + \dots$$

$$a_2 = \epsilon_k + 2\rho \tilde{V}_k \quad \tilde{V}_k = \int V(x) e^{-ikx} dx$$

Pour le potentiel dipolaire, $\tilde{V}_k < 0$ pour k assez grand



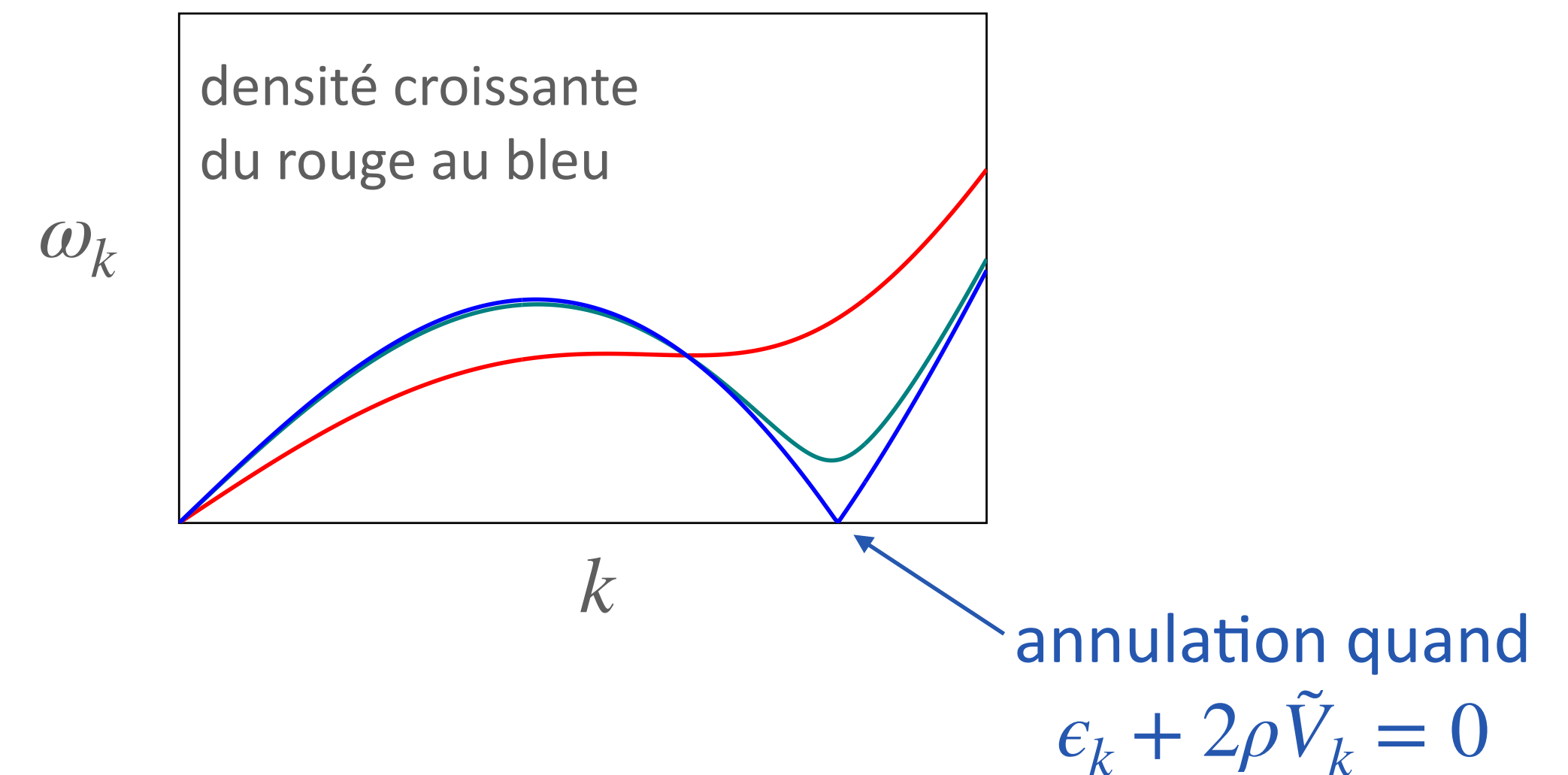
$$a_2 > 0$$



$$a_2 < 0$$

Spectre de Bogoliubov :

$$\hbar\omega_k = \left[\epsilon_k (\epsilon_k + 2\rho \tilde{V}_k) \right]^{1/2}$$



A une dimension, le point critique de la transition vers un état supersolide coïncide avec l'annulation du minimum de roton

Buts de ce cours

Explorer la transition vers un état supersolide à deux dimensions

Le lien avec le minimum de roton est moins évident

Définir la fraction superfluide f_s

Expérience du récipient tournant

Bornes de Leggett pour la fraction superfluide

Permet d'encadrer f_s

Observations et perspectives expérimentales

1.

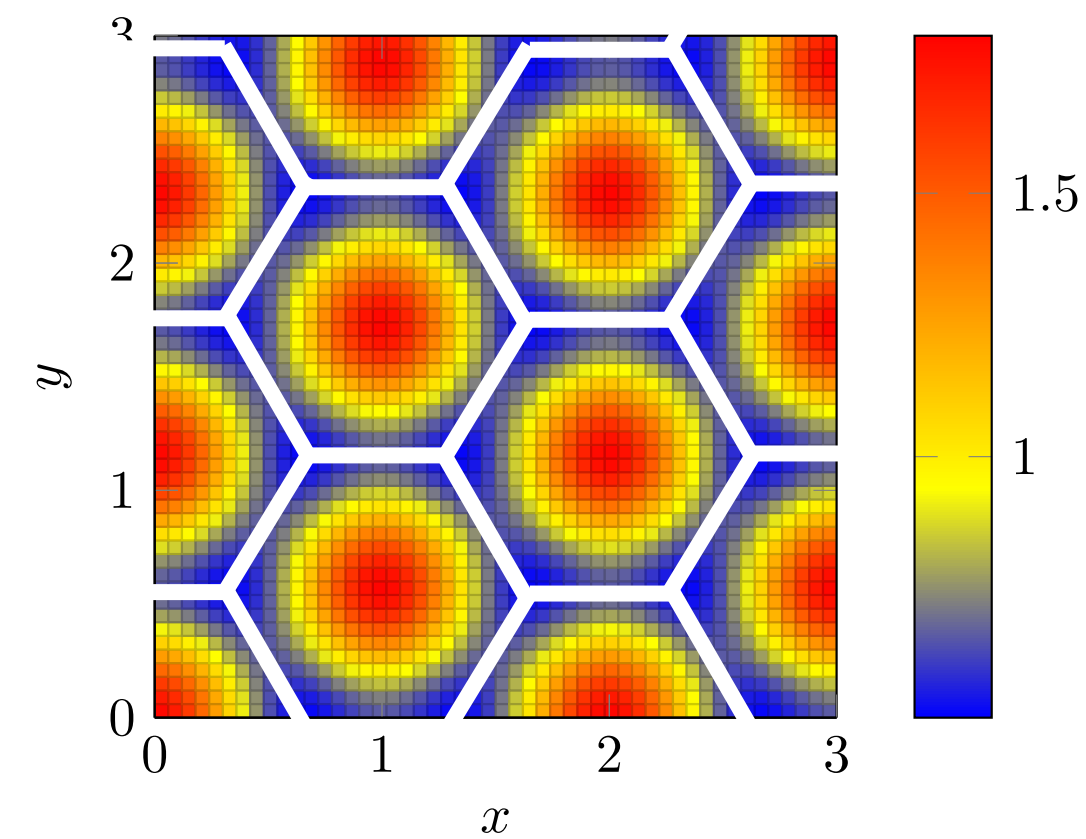
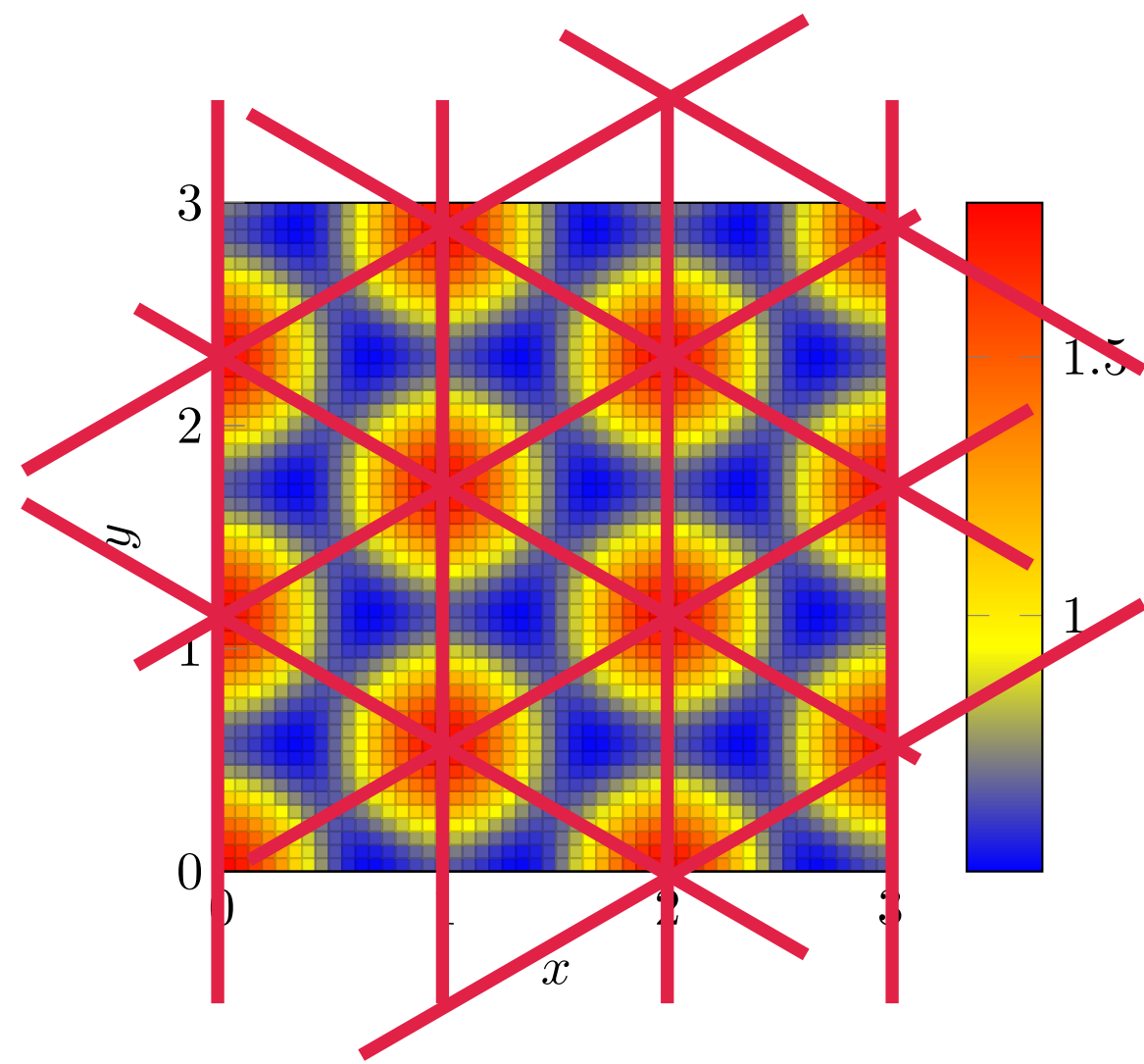
La transition supersolide à deux dimensions

Quelles fonctions d'essai choisir ?

A deux dimensions, on peut chercher pour les maxima de densité un réseau triangulaire, carré ou hexagonal

- triangulaire : symétrie d'ordre 6
- carré : symétrie d'ordre 4
- hexagonal : symétrie d'ordre 3

Le calcul montre que c'est un réseau triangulaire de maxima de densité qui permet de minimiser l'énergie



Remarque : les minima de densité forment alors un réseau hexagonal

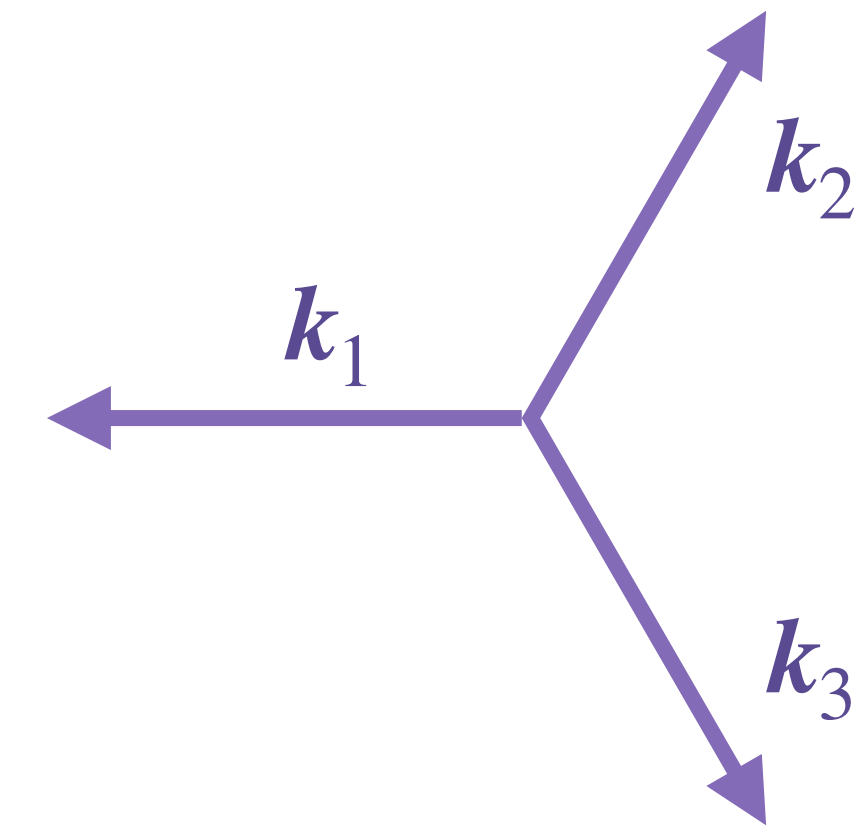
Les fonctions d'essai

$$\int_{L \times L} |\psi_{\theta}(\mathbf{r})|^2 d^2r = 1$$

$$\psi_{\theta}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{L^2}} \left[\cos \theta + \underbrace{\sqrt{\frac{2}{3}} \sin \theta \sum_{j=1}^3 \cos(\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r})}_{\text{Partie modulée}} \right]$$

Partie non modulée

Partie modulée



Pour $\sin \theta > 0$, les maxima de densité forment un réseau triangulaire (et les minima un réseau hexagonal)

Situation inversée pour $\sin \theta < 0$

Dans cette situation 2D, on ne s'attend pas à une énergie paire : $E(\theta) \neq E(-\theta)$

La fonctionnelle d'énergie

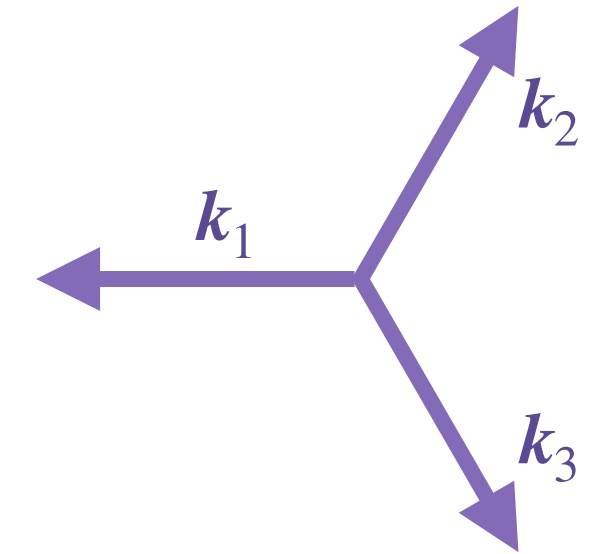
$$\psi_{\theta}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{L^2}} \left[\cos \theta + \sqrt{\frac{2}{3}} \sin \theta \sum_{j=1}^3 \cos(\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}) \right]$$

Energie par particule :

$$\epsilon[\psi] = \underbrace{\frac{\hbar^2}{2m} \int |\nabla \psi(\mathbf{r})|^2 d^2r}_{\text{Energie cinétique}} + \underbrace{\frac{N}{2} \iint |\psi(\mathbf{r})|^2 |\psi(\mathbf{r}')|^2 V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d^2r d^2r'}_{\text{Energie d'interaction}}$$

Energie cinétique :

$$\epsilon_{\text{cin}}(\theta) = \epsilon_k \sin^2 \theta \quad \text{avec} \quad \epsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$



Energie d'interaction :

$$\epsilon_{\text{int}}(\theta) = \frac{1}{2} \rho \tilde{V}_0 + \sin^2 \theta \left(\sqrt{2} \cos \theta + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \right)^2 \rho \tilde{V}_k + \frac{1}{12} \sin^4 \theta \left(4 \tilde{V}_{k\sqrt{3}} + \tilde{V}_{2k} \right) \rho$$

$$\rho : \text{densité 2D} \quad \tilde{V}_k = \int V(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^2r$$

On suppose $V(\mathbf{r})$ isotrope dans le plan xy

Recherche de la transition de phase vers un état supersolide

Energie par particule : $\epsilon(\theta) = \epsilon_{\text{cin}}(\theta) + \epsilon_{\text{int}}(\theta)$

Energie cinétique : $\epsilon_{\text{cin}}(\theta) = \epsilon_k \sin^2 \theta$

Energie d'interaction :

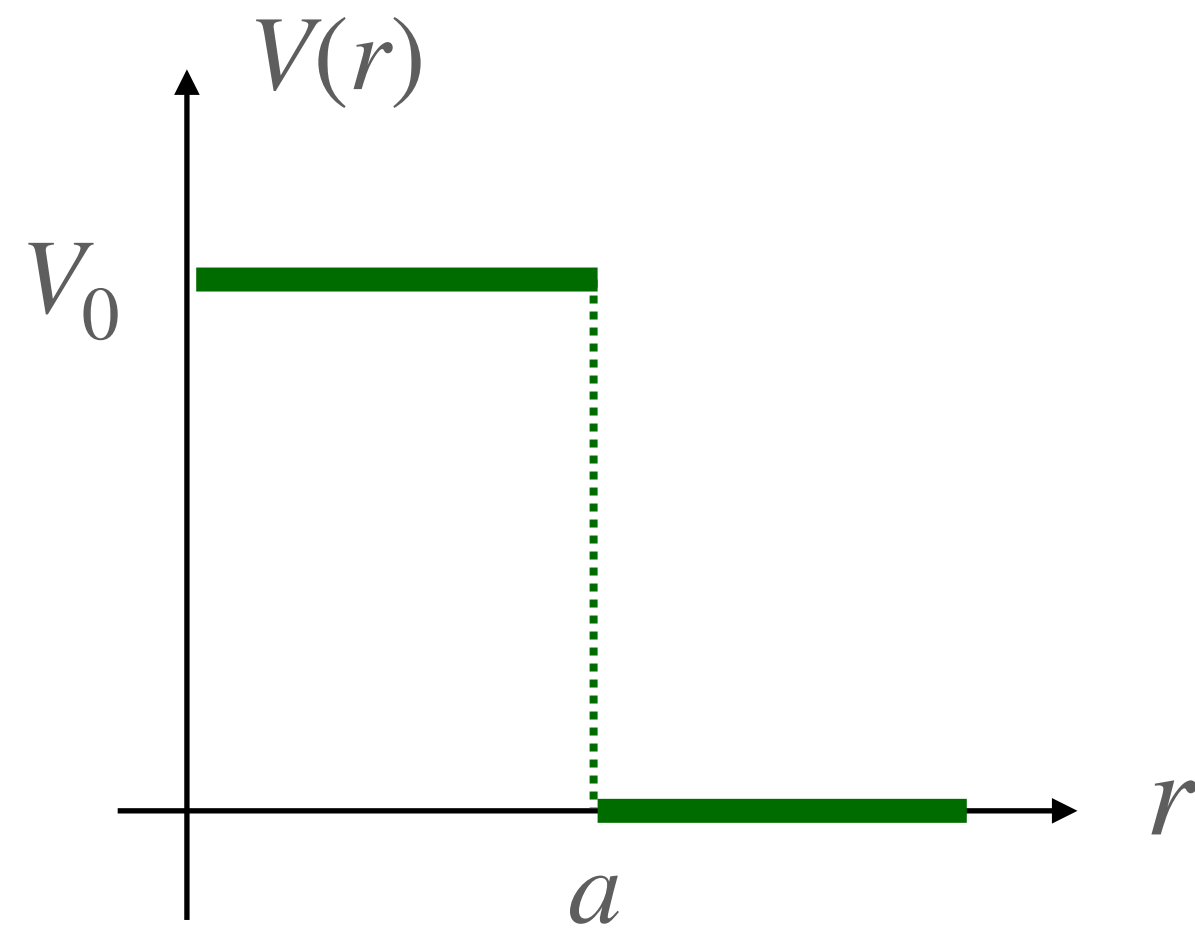
$$\epsilon_{\text{int}}(\theta) = \frac{1}{2} \rho \tilde{V}_0 + \sin^2 \theta \left(\sqrt{2} \cos \theta + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \right)^2 \rho \tilde{V}_k + \frac{1}{12} \sin^4 \theta \left(4\tilde{V}_{k\sqrt{3}} + \tilde{V}_{2k} \right) \rho$$

Développement en puissances de θ : $\epsilon(\theta) = \epsilon_0 + \sum a_n \theta^n$

Quelles valeurs de θ minimisent l'énergie ?

Transition supersolide pour un potentiel de cœur mou

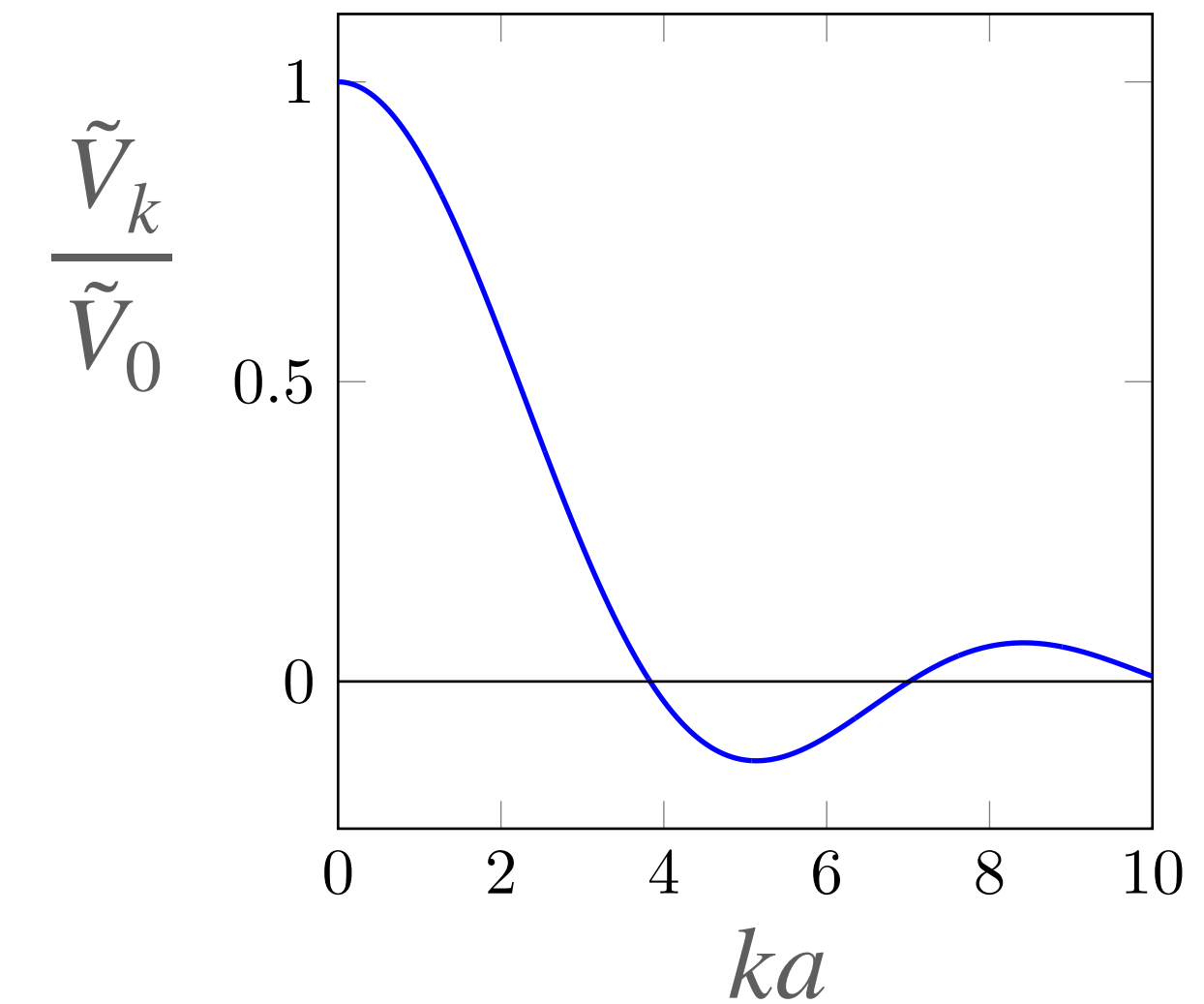
Pomeau-Rica 1994



Transformée de Fourier 2D de $V(r)$:

$$\tilde{V}_k = \int_0^{+\infty} V(r) e^{-ik \cdot r} d^2r = \tilde{V}_0 \frac{2J_1(ka)}{ka}$$

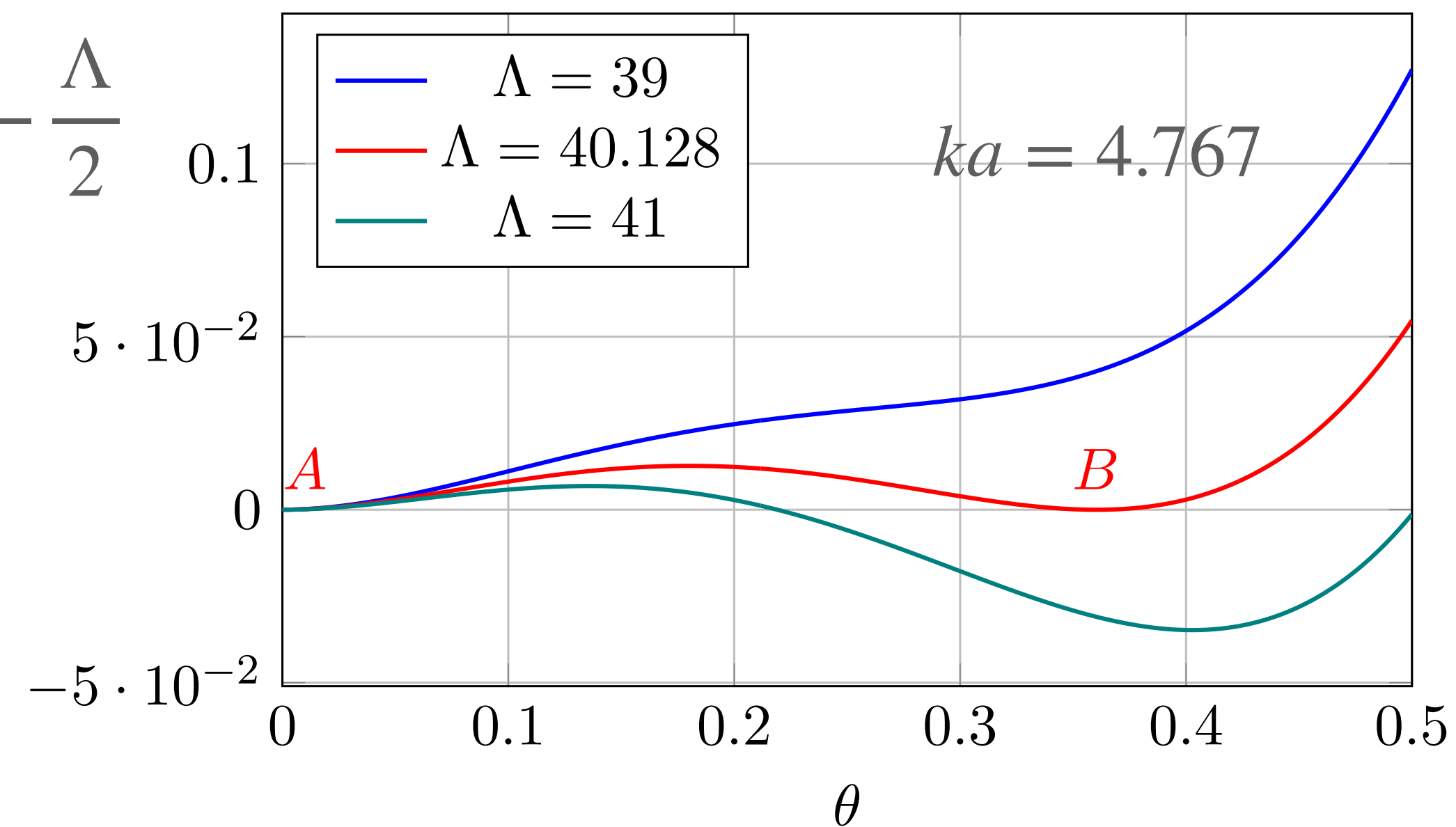
avec $\tilde{V}_0 = \pi a^2 V_0$



Situation physique caractérisée par le paramètre

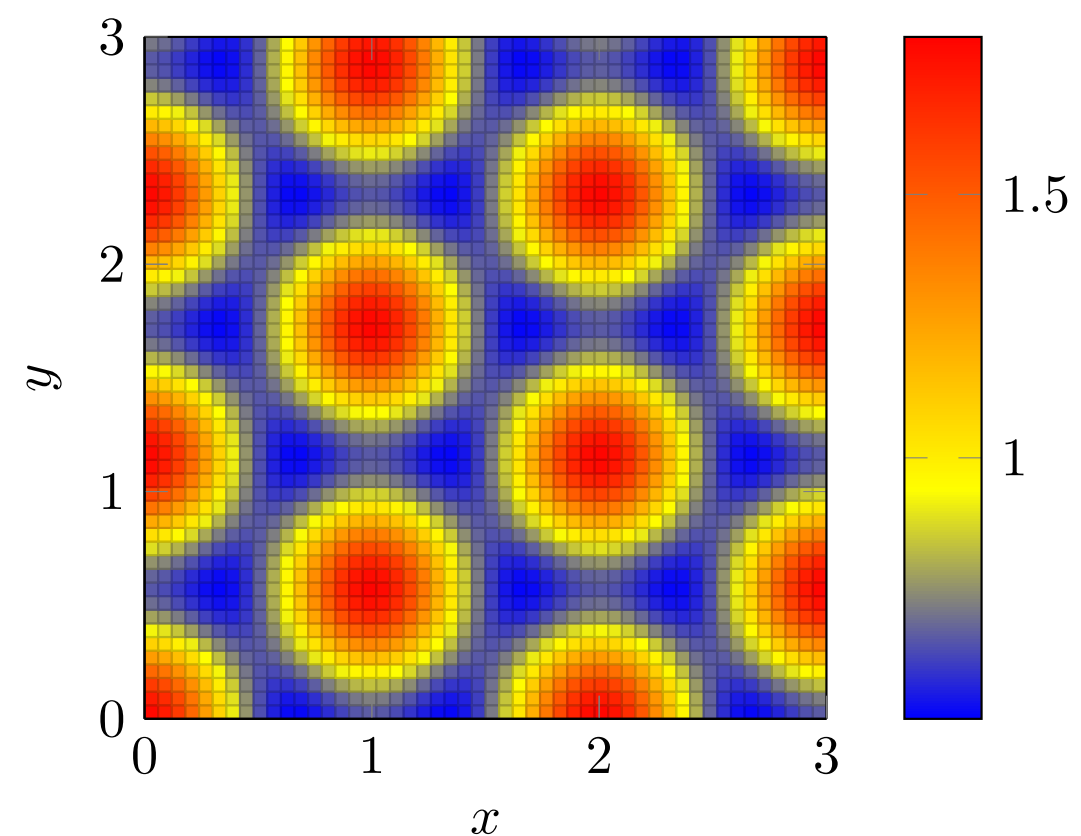
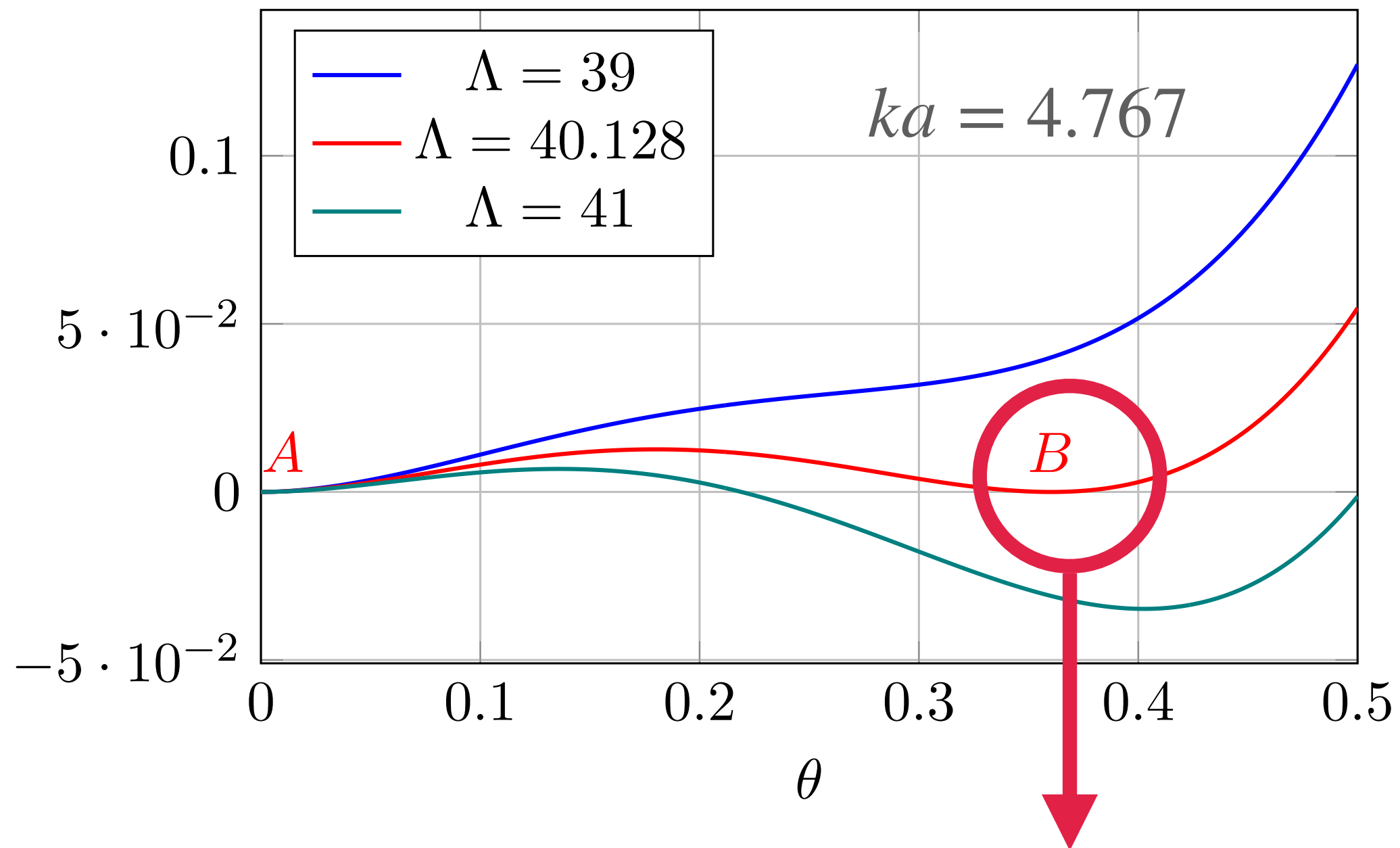
sans dimension $\Lambda = \frac{\rho \tilde{V}_0}{\hbar \omega_a}$ avec $\hbar \omega_a = \frac{\hbar^2}{ma^2}$

$$\frac{\epsilon(\theta)}{\hbar \omega_a} - \frac{\Lambda}{2}$$

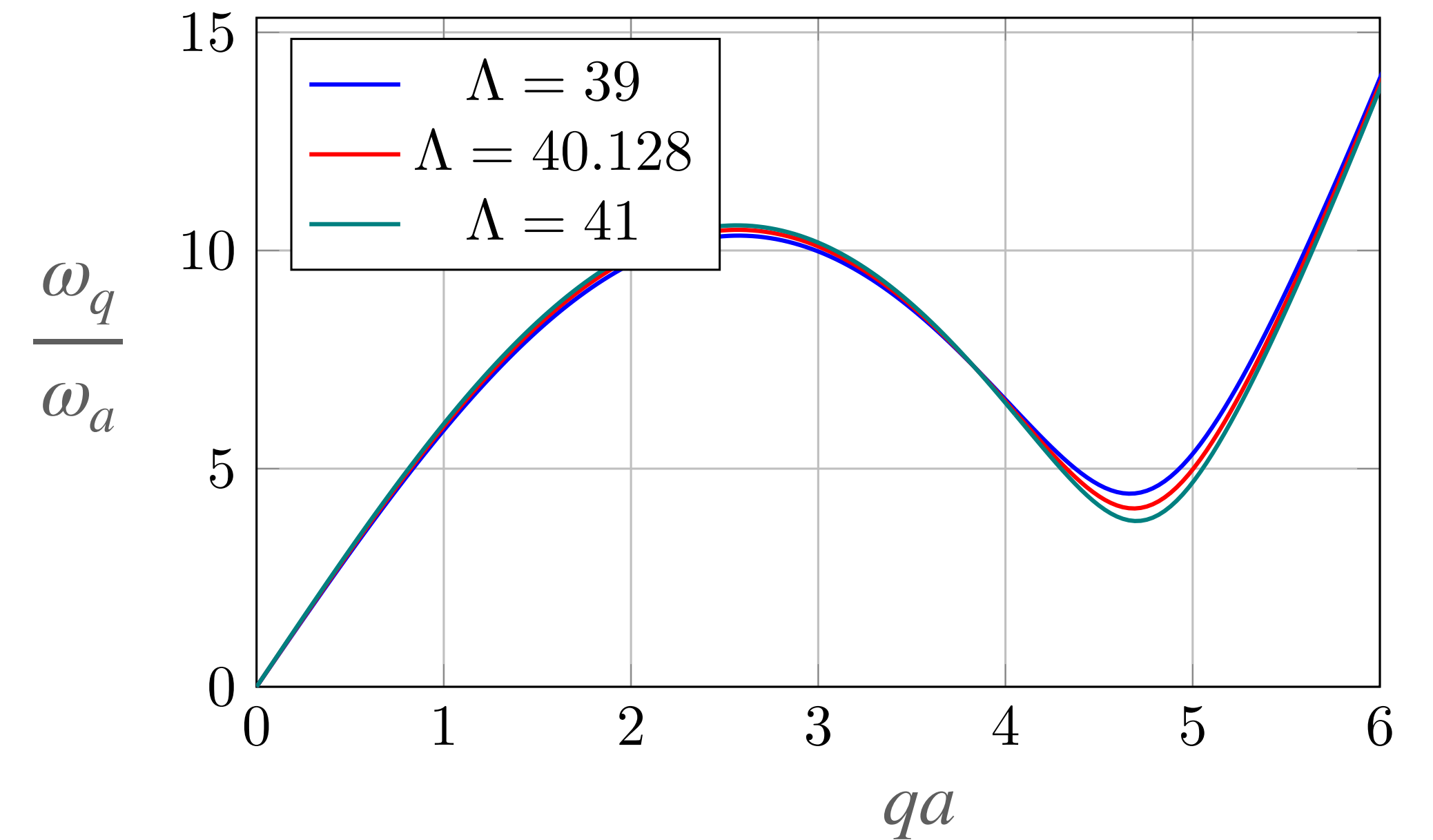


Transition supersolide 2D et spectre de Bogoliubov

$$\frac{\epsilon(\theta)}{\hbar\omega_a} - \frac{\Lambda}{2}$$



$$\hbar\omega_q = \left[\epsilon_q \left(\epsilon_q + 2\rho\tilde{V}_q \right) \right]^{1/2}$$

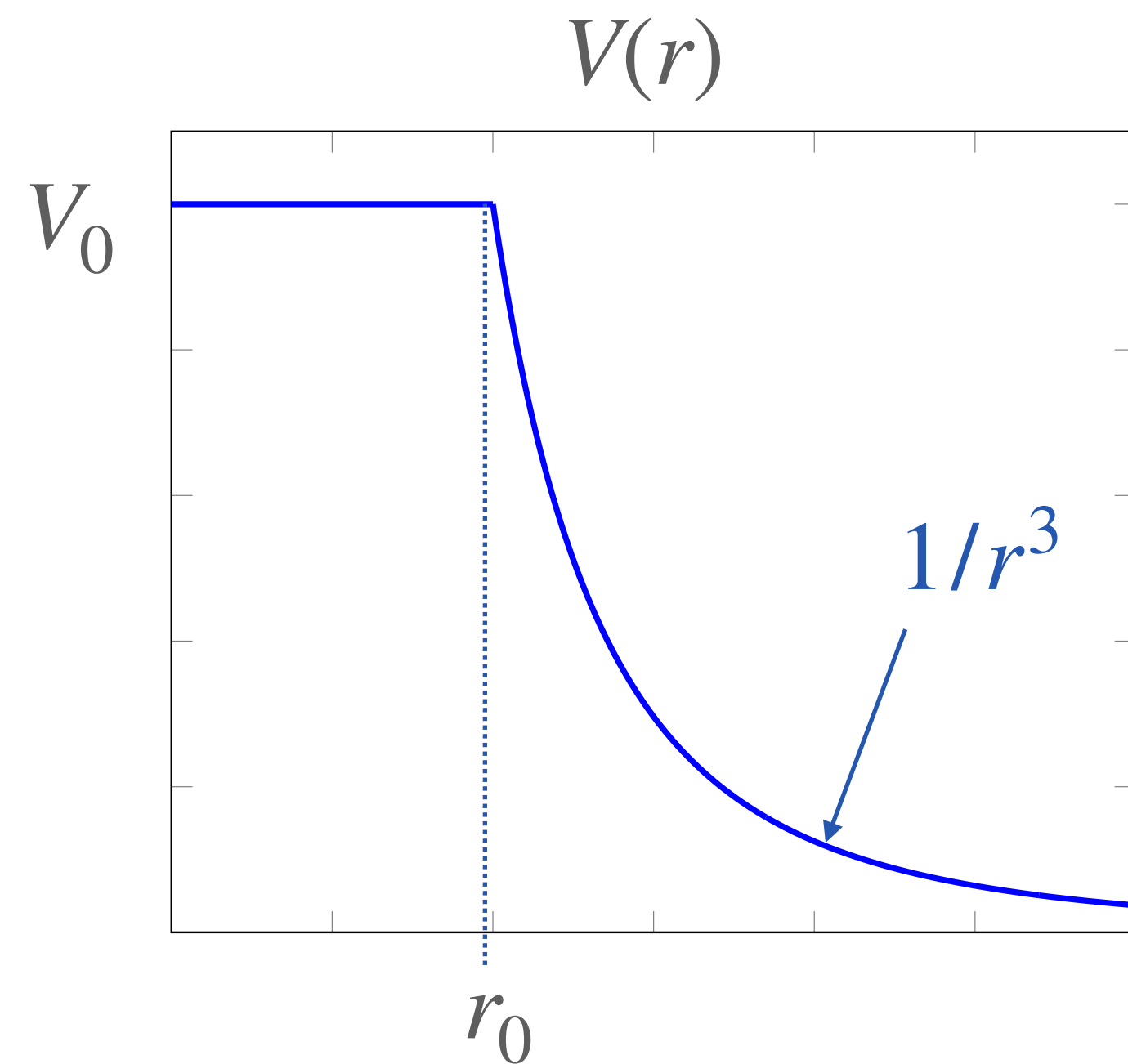


La transition supersolide se produit sans que le minimum de roton s'annule

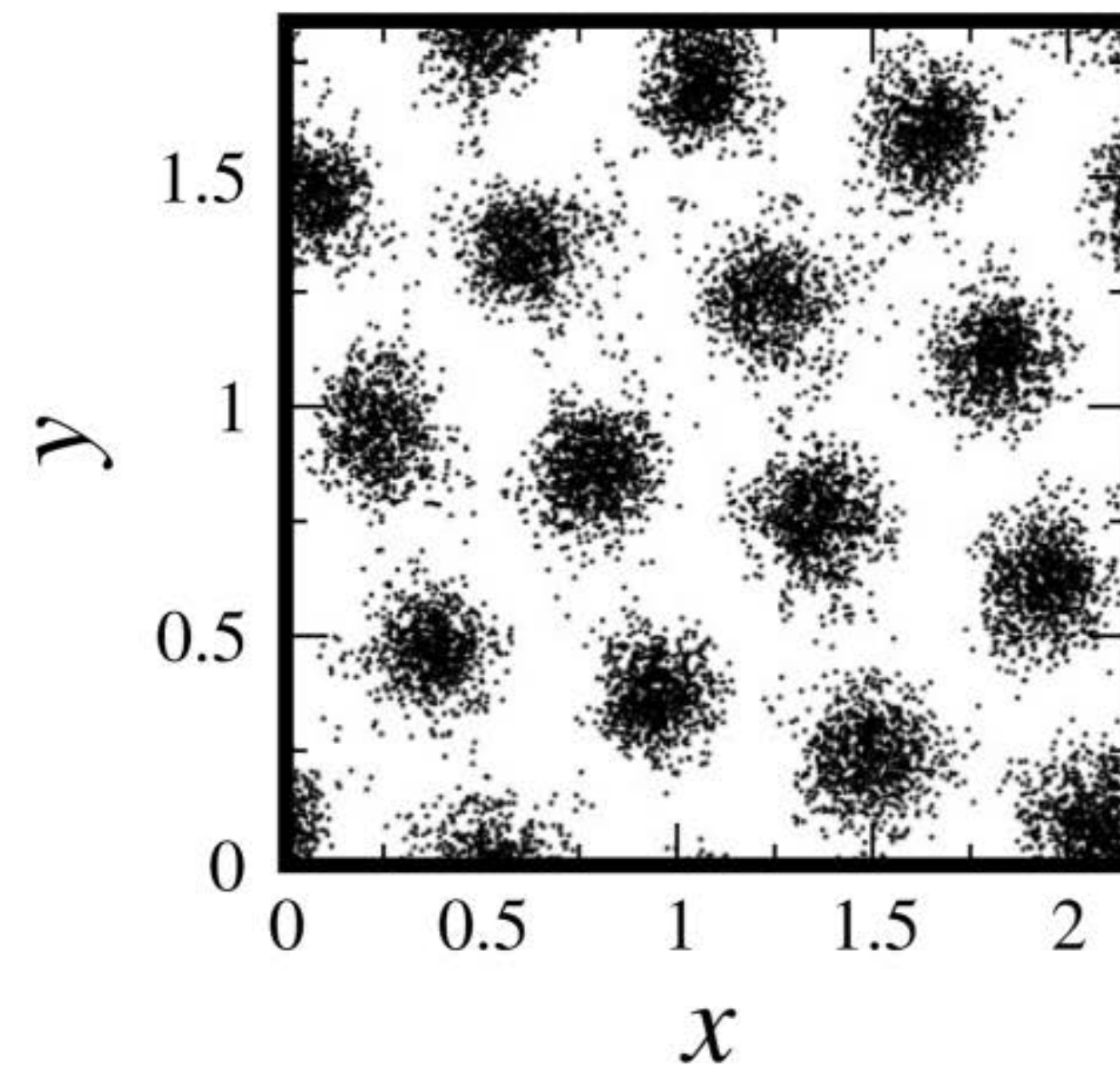
***Situation différente du cas 1D :
transition du premier ordre (discontinue)***

Transition supersolide pour un potentiel en $1/r^3$ tronqué

F. Cinti, P. Jain, M. Boninsegni, A. Micheli, P. Zoller, and G. Pupillo (2010)



Analyse par simulation Monte Carlo quantique :
à basse température, une phase spatialement
ordonnée apparaît



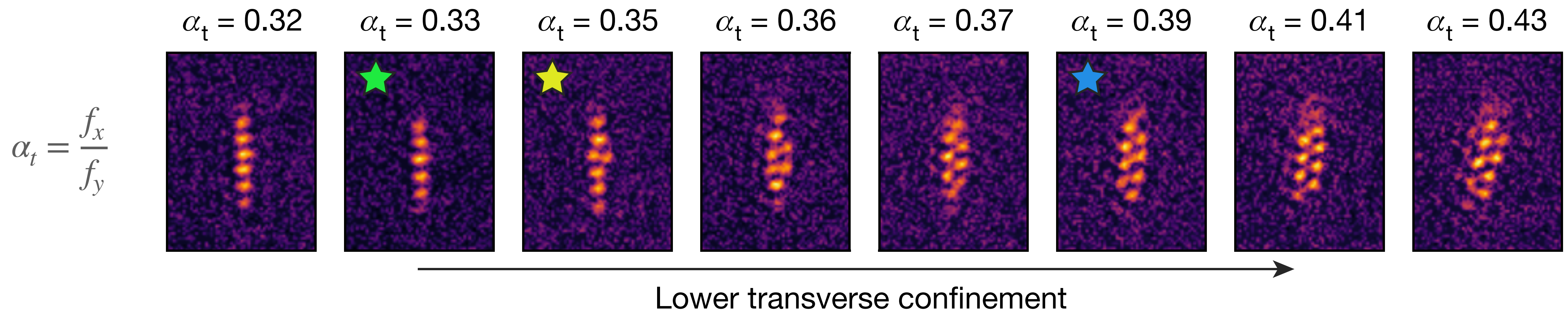
La simulation permet de vérifier le caractère superfluide

Observation d'une modulation spontanée 2D

Transition d'un état modulé 1D vers une structure bi-dimensionnelle

60 000 atomes de ^{164}Dy

On part d'un piège allongé, de fréquences (33,120,167) Hz et on relâche le confinement transverse



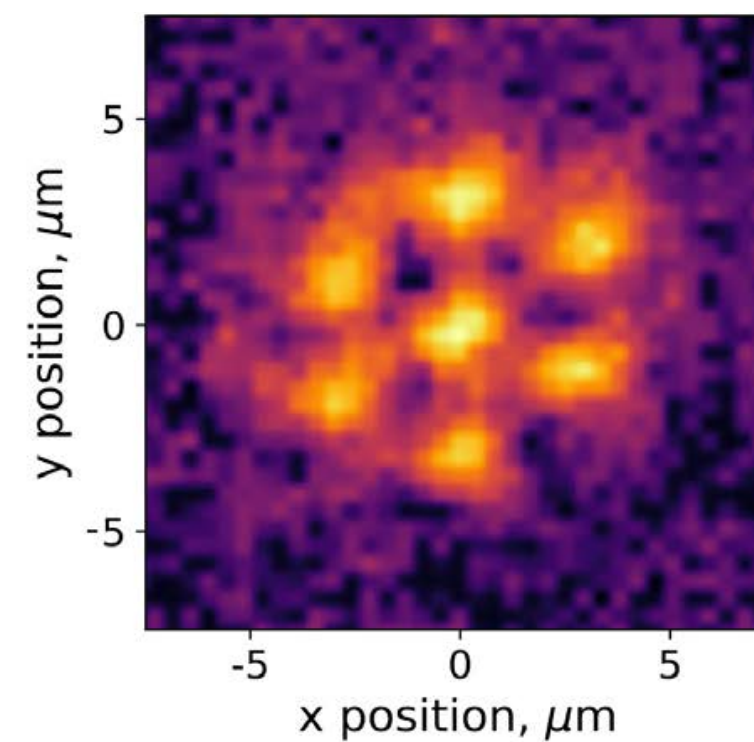
Diagnostic de la cohérence de phase entre amas : y a-t-il un profil d'interférence stable après expansion balistique ?

Réponse : oui !

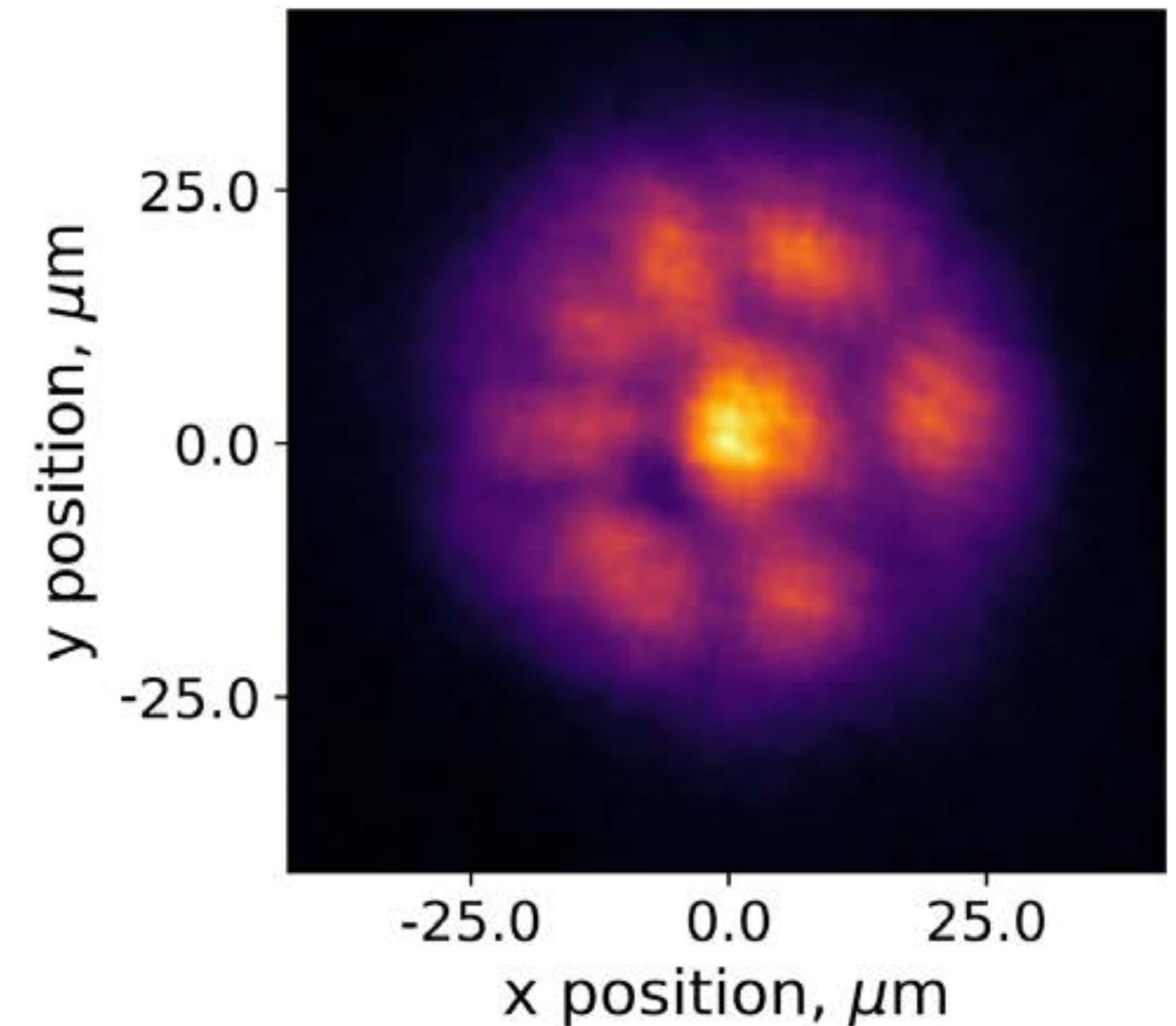
Observation d'un supersolide 2D isotrope

40 000 atomes de ^{164}Dy

piège quasi-isotrope : (45,43,133) Hz



Expansion balistique
de 36 ms



Moyenne de 68 profils d'interférence :
l'ensemble est bien cohérent

2.

La fraction superfluide

Fraction superfluide f_s et fraction normale f_n ($f_s + f_n = 1$)

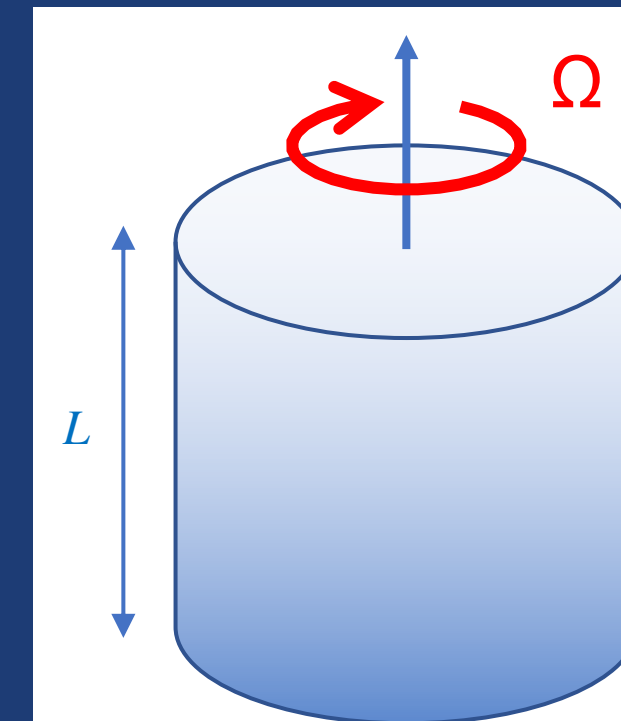
Définition mathématique

On utilise des conditions aux limites
avec distorsion de phase θ

$$\Delta E = \frac{\hbar^2 \rho}{2m} f_s \theta^2 + \mathcal{O}(\theta^4)$$

Définition physique

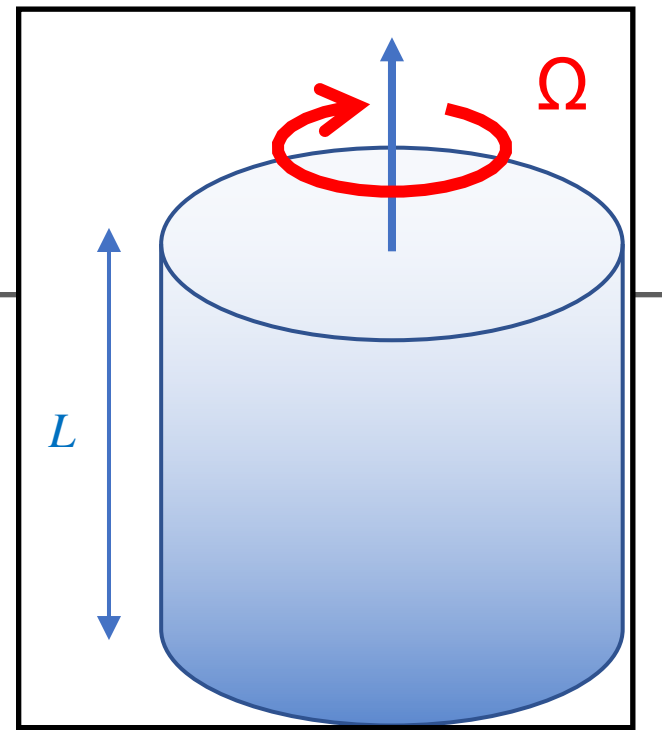
Expérience du récipient tournant
à la vitesse angulaire Ω



La fraction normale tourne avec le récipient
La fraction superfluide reste au repos

Lien entre θ et Ω : effet Sagnac

Réceptient tournant et fractions superfluide/normale



Dans le référentiel du laboratoire :

- Nf_s particules au repos
- Nf_n particules en mouvement à la vitesse $v_0 = \Omega R$

Conditions aux limites périodiques, mais potentiel dépendant du temps

Dans le référentiel tournant avec le récipient :

- Nf_s particules en mouvement à la vitesse $-v_0 = -\Omega R$
- Nf_n particules au repos

Potentiel indépendant du temps, conditions aux limite distordues avec $\theta = -mv_0L/\hbar$

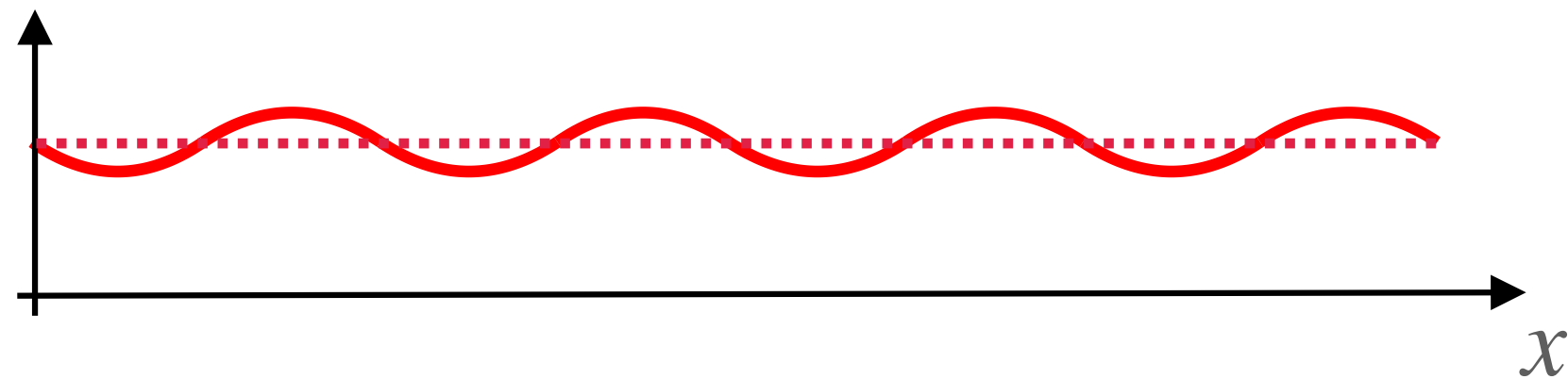
$$\Delta E = \frac{\hbar^2 \rho}{2m} f_s \theta^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 N f_s$$

Energie cinétique des Nf_s particules, calculée dans le référentiel tournant

Lien entre fraction superfluide et vitesse du son

Fluide quantique à température nulle avec une modulation spatiale imposée de l'extérieur

densité



Un seul mode de Goldstone

⇒ un seul son bien décrit par une approche hydrodynamique

On peut alors montrer la relation $f_s = \kappa m c^2$

κ : compressibilité

testée par Chauveau et al. (2023), Tao et al. (2023)

Dans un supersolide, il y a plusieurs modes de Goldstone : lien encore possible, mais plus compliqué

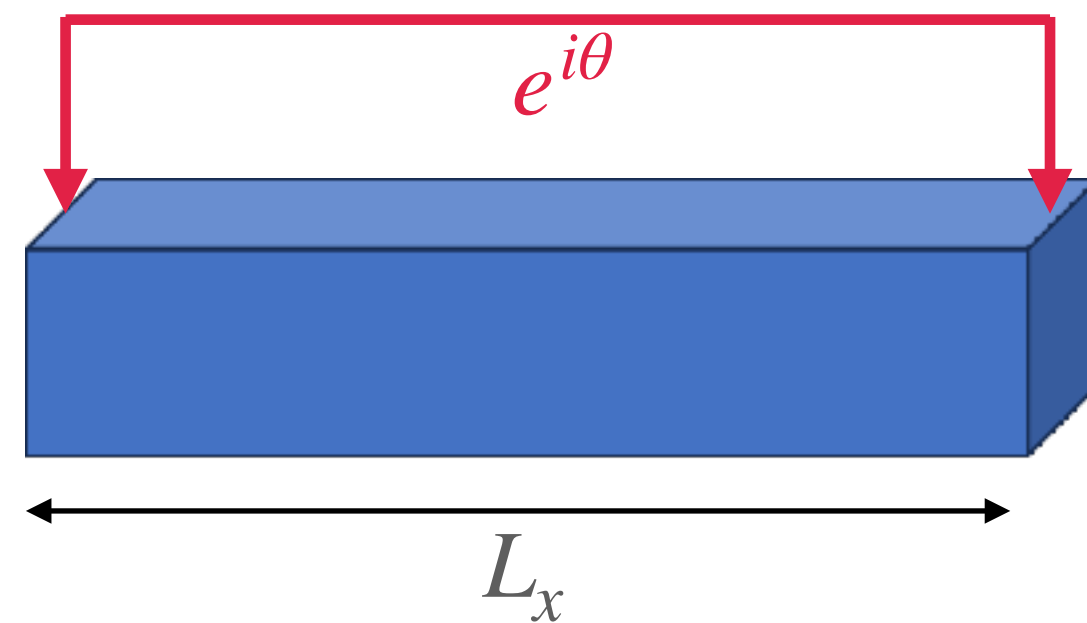
Sindik, Zawislak, Recati, Stringari (2024)

3.

Les bornes de Leggett pour la fraction superfluide

$$f_s^{(-)} \leq f_s \leq f_s^{(+)}$$

- Fonction d'onde de l'état fondamental $\Psi_{\text{fond}}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_N)$ supposé réelle (pas de brisure de l'invariance par renversement du temps)
- Torsion en phase des conditions aux limites :



$$\Psi_{\text{torsion}}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_N)$$

$$\Delta E_{\text{torsion}} \propto N\theta^2 f_s$$

inconnue !

- Recherche d'un majorant de l'énergie due à la torsion en phase par l'approche variationnelle

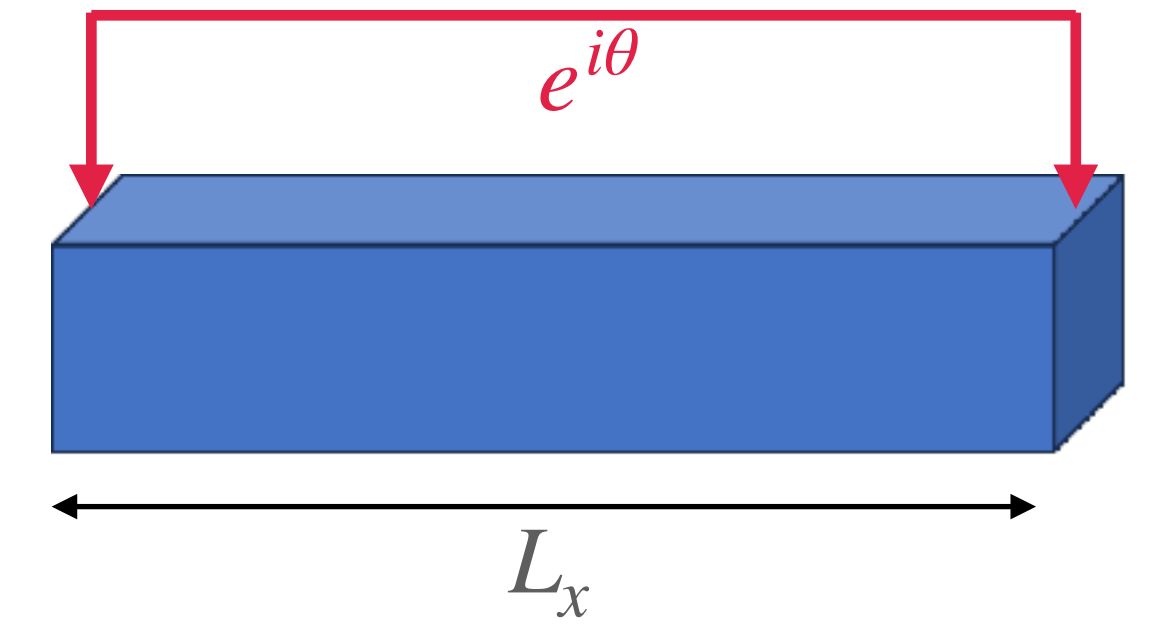
$$\Psi_{\text{essai}}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_N) \quad \text{avec} \quad \Delta E_{\text{essai}} \propto N\theta^2 f_s^{(\text{essai})}$$

$$\Delta E_{\text{torsion}} \leq \Delta E_{\text{essai}} \quad \implies \quad f_s \leq f_s^{(\text{essai})}$$

Le choix des fonctions d'essai

Un choix simple :

$$\Psi_{\text{essai}}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = \underbrace{e^{i \sum_j \varphi(x_j)}}_{\text{facteur de phase à une particule}} \underbrace{\Psi_{\text{fond}}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)}_{\text{Etat fondamental en l'absence de torsion}}$$



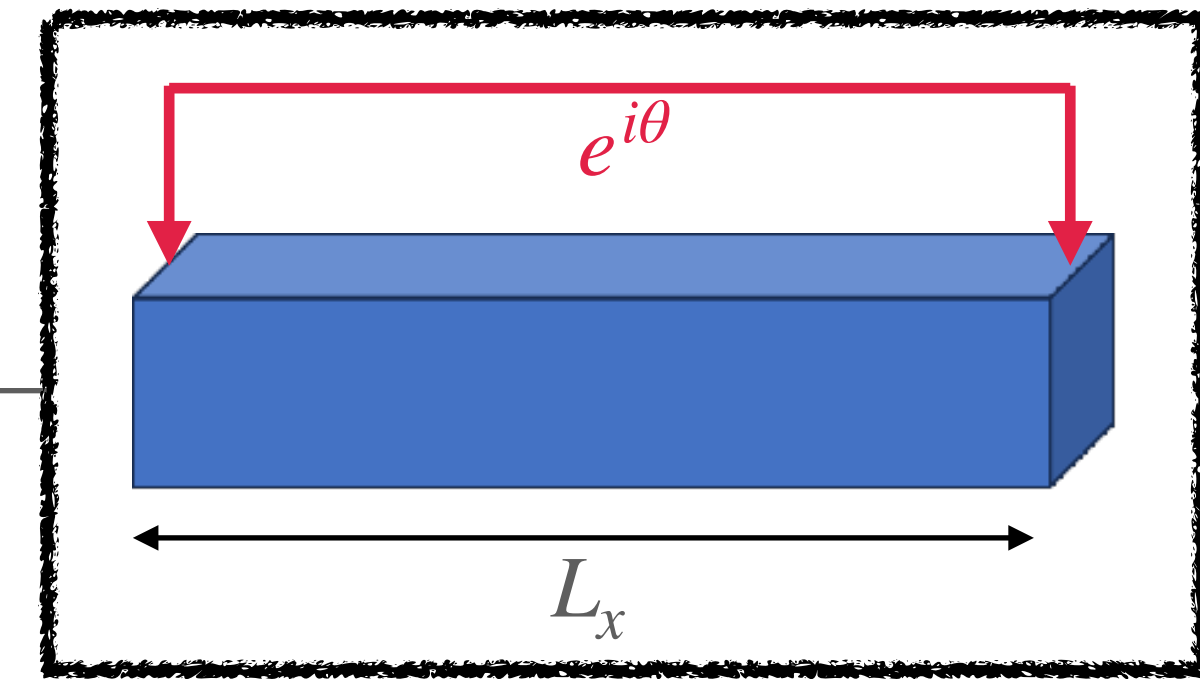
La torsion en phase est prise en compte en imposant : $\varphi(x + L_x) = \varphi(x) + \theta$

- Les énergies d'interaction et de confinement sont inchangées
- L'énergie cinétique est augmentée de

$$E_c \rightarrow E_c + \frac{\hbar^2}{2m} \int \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 \bar{\rho}(x) dx \quad \bar{\rho}(x) = \int \rho(x, y, z) dy dz \quad \rho(\mathbf{r}) : \text{densité spatiale pour } \Psi_{\text{fond}}$$

Connaissant $\bar{\rho}(x)$, quel est le choix optimal pour $\varphi(x)$ qui minimise ΔE_{essai} ?

Le choix optimal pour la phase $\varphi(x)$

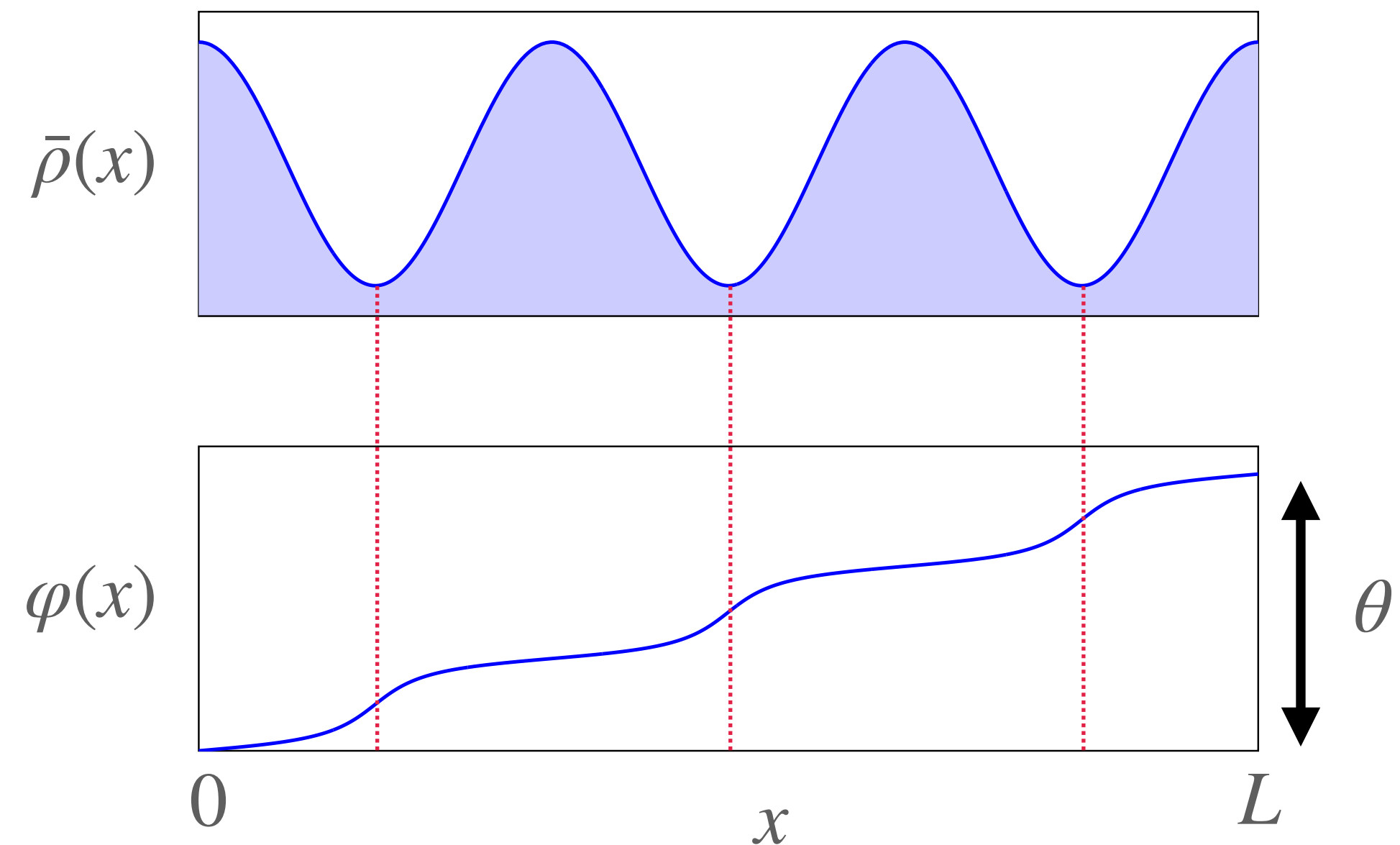
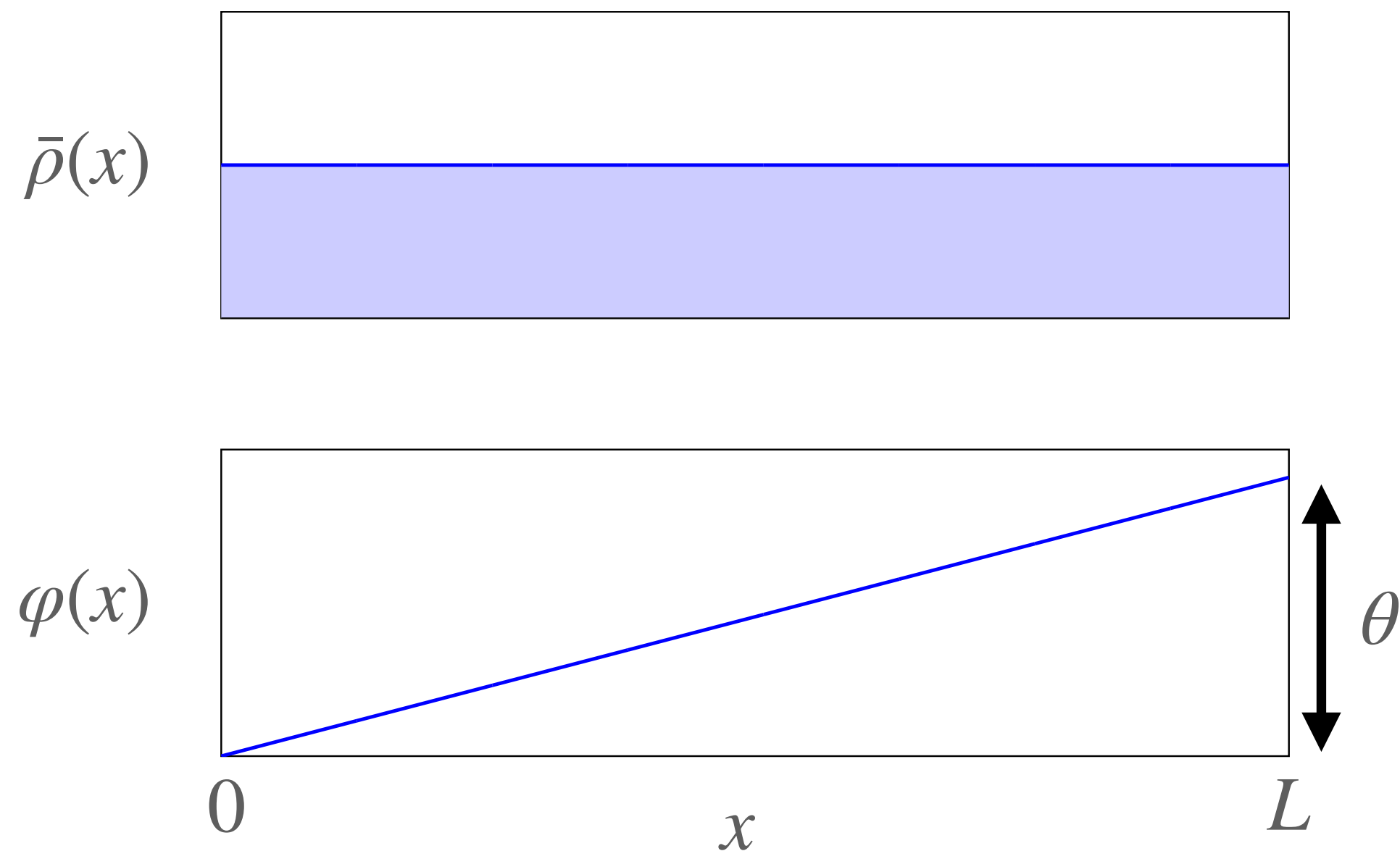


$$\Psi_{\text{essai}}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = e^{i\sum_j \varphi(x_j)} \Psi_{\text{fond}}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)$$

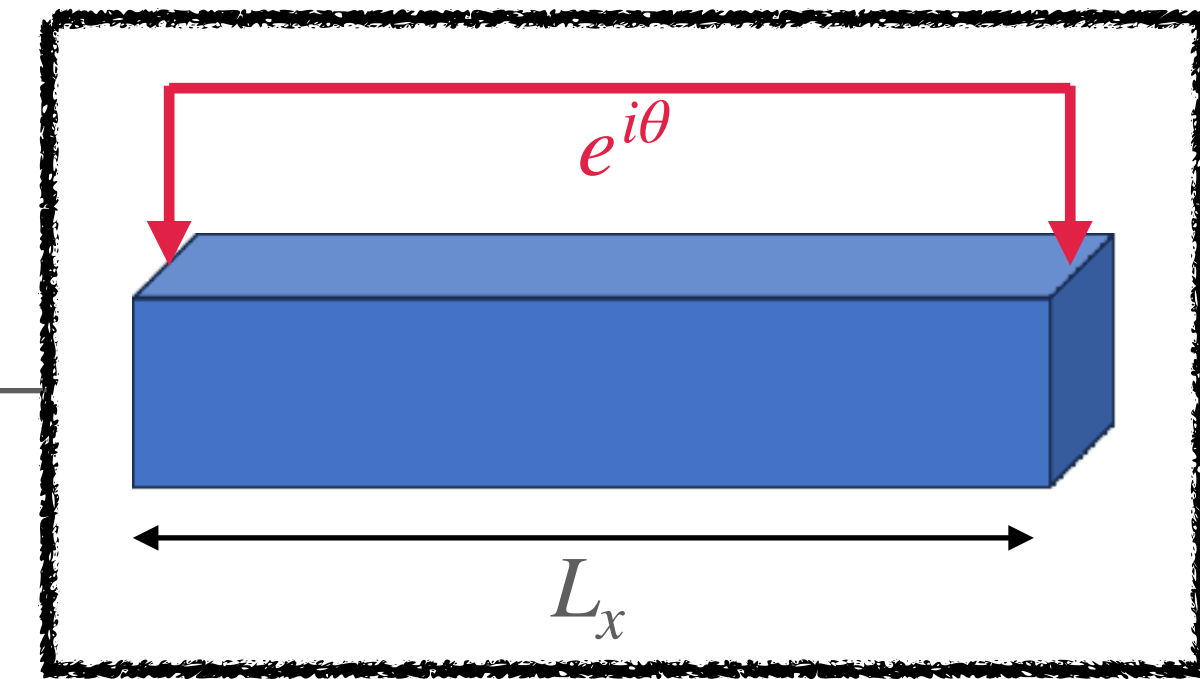
Minimisation de $\Delta E_{\text{essai}} = \frac{\hbar^2}{2m} \int \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 \bar{\rho}(x) dx$ avec le contrainte $\varphi(x + L_x) = \varphi(x) + \theta$

Choix optimal: $\frac{d\varphi}{dx} \propto \frac{1}{\bar{\rho}(x)}$

Gradient de phase important là où la densité est faible : minimise le coût en énergie cinétique



La borne supérieure de Leggett



Choix optimal : $\frac{d\varphi}{dx} \propto \frac{1}{\bar{\rho}(x)}$ $\bar{\rho}(x) = \int \rho(x, y, z) dy dz$

Résultat pour cette fonction d'essai: $\Delta E_{\text{essai}} = \theta^2 \frac{\hbar^2}{2mL_x} \frac{1}{\langle \frac{1}{\bar{\rho}(x)} \rangle}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle \frac{1}{\bar{\rho}(x)} \rangle = \frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} \frac{dx}{\bar{\rho}(x)} \\ \langle \bar{\rho}(x) \rangle = \frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} \bar{\rho}(x) dx = \frac{N}{L_x} \end{array} \right.$$

D'où l'inégalité recherchée :

$$\Delta E_{\text{torsion}} = N \theta^2 f_s \frac{\hbar^2}{2mL_x^2} \leq \Delta E_{\text{essai}} \implies$$

$$f_s \leq \frac{1}{\langle \bar{\rho}(x) \rangle \langle \frac{1}{\bar{\rho}(x)} \rangle}$$

Remarques sur la borne supérieure de Leggett

$$f_s \leq \frac{1}{\langle \bar{\rho}(x) \rangle \langle \frac{1}{\bar{\rho}(x)} \rangle}$$

- La quantité $\langle \bar{\rho}(x) \rangle \langle \frac{1}{\bar{\rho}(x)} \rangle$ est toujours plus grande que 1, donc l'inégalité est toujours "utile"

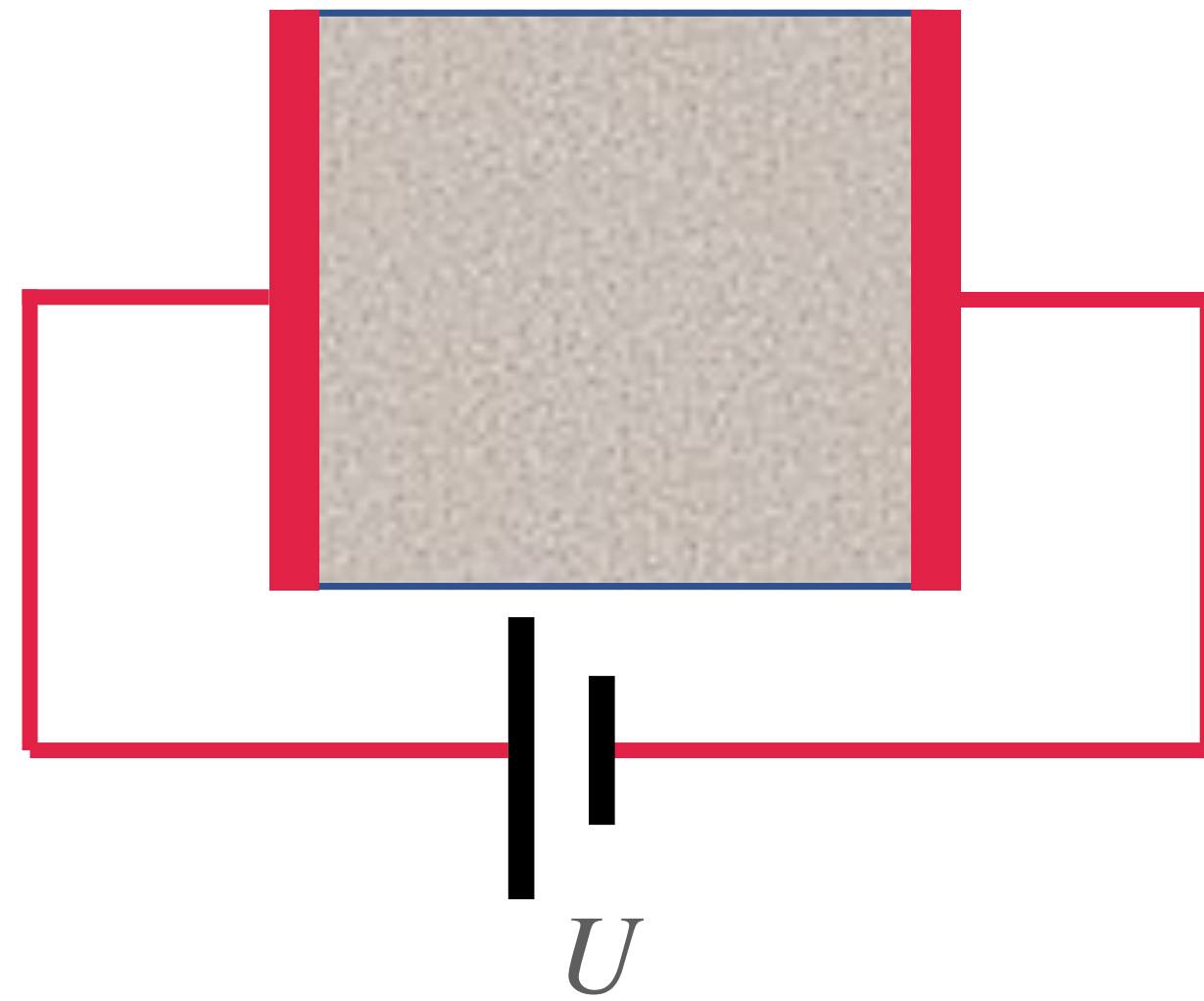
- Une superfluidité complète ($f_s = 1$) n'est possible que si $\bar{\rho}(x)$ est uniforme

Une modulation de densité, qu'elle soit causée par un potentiel extérieur ou par une transition spontanée vers un état supersolide, induit toujours une réduction de f_s

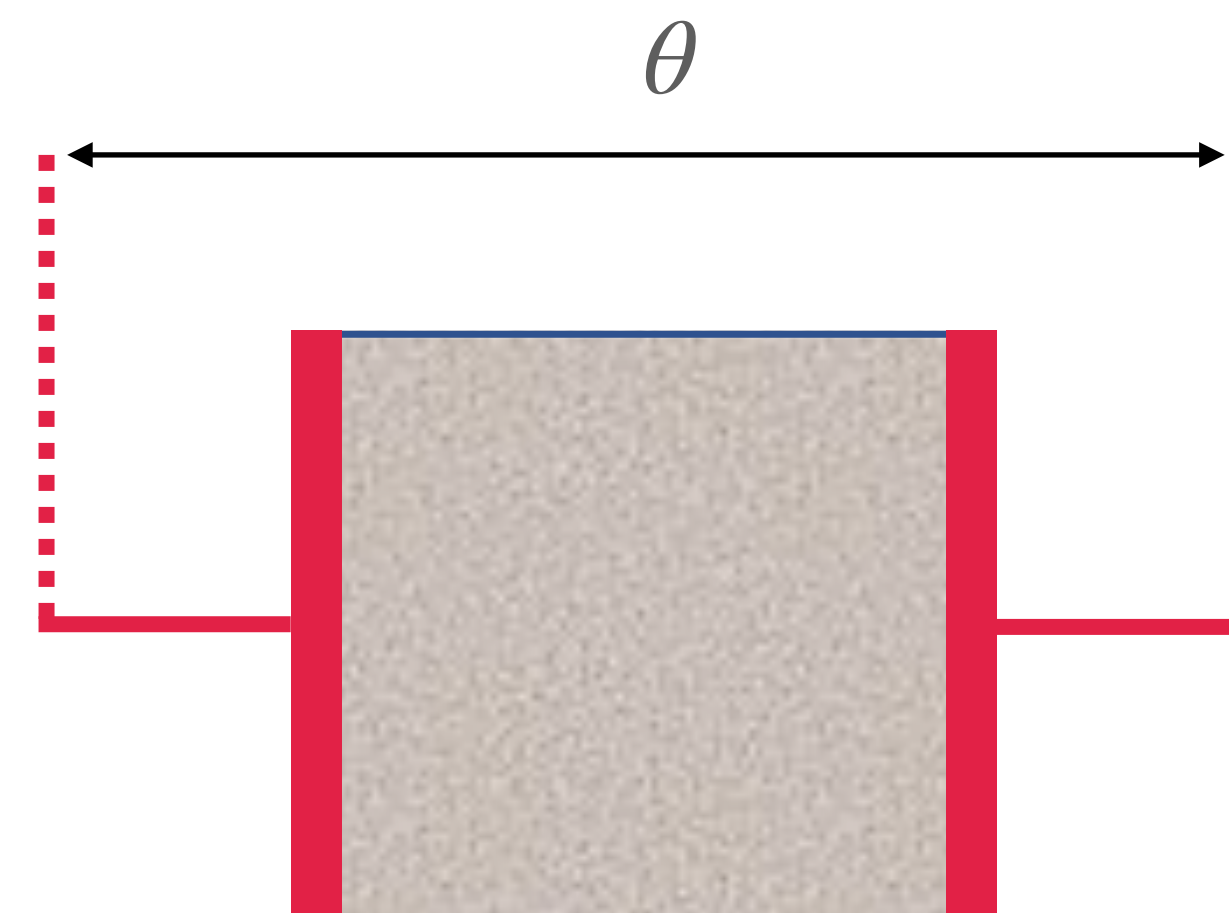
- L'inégalité peut devenir une égalité $f_s = \frac{1}{\langle \bar{\rho}(x) \rangle \langle \frac{1}{\bar{\rho}(x)} \rangle}$

Gaz de Bose 1D décrit par la fonctionnelle de Gross-Pitaevskii $\Psi(x_1, \dots, x_N) = \psi(x_1) \psi(x_2) \cdots \psi(x_n)$

Analogie électrique



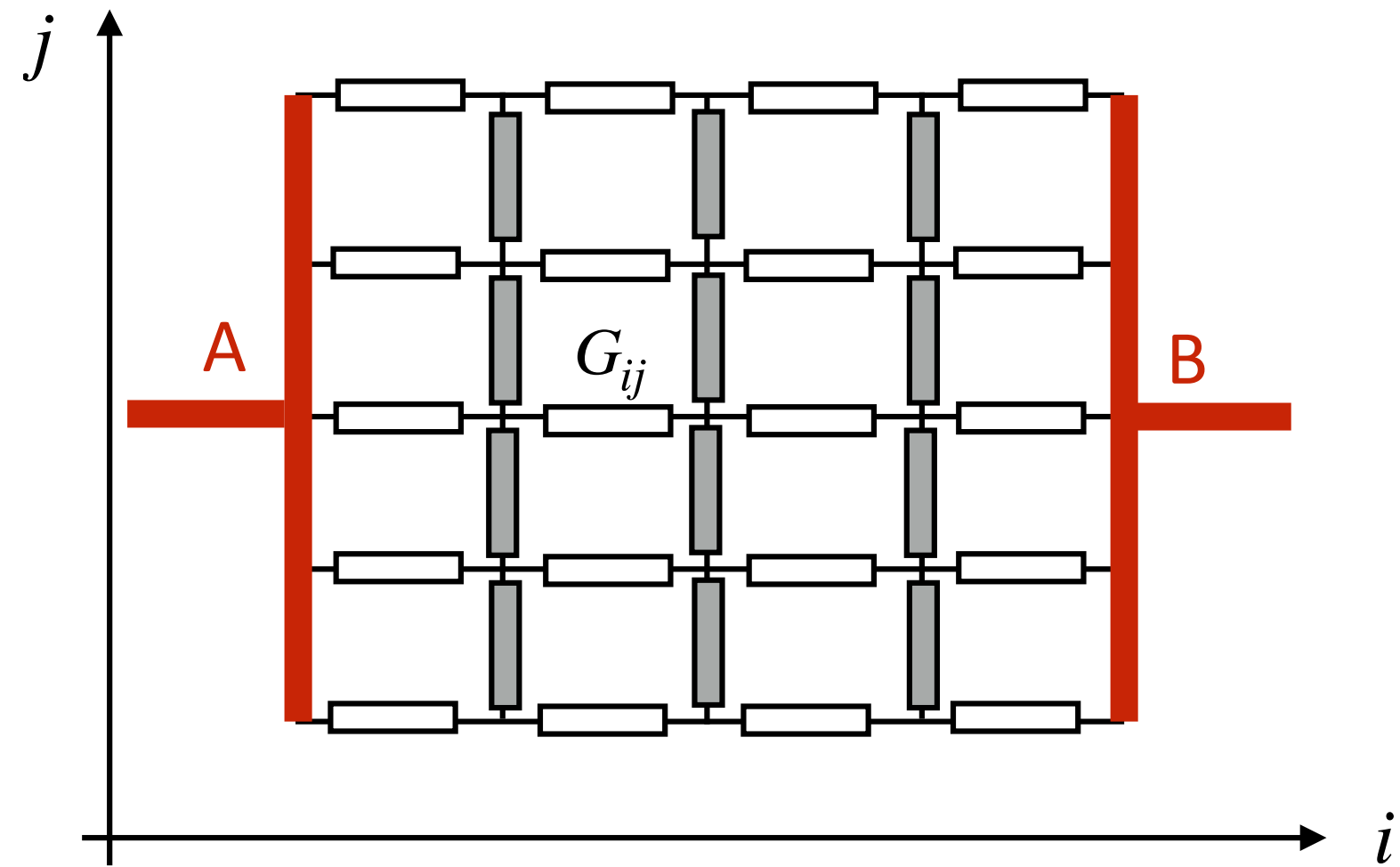
Courant électrique $I = GU$ G : conductance



Courant de particules $I_\theta = G_s \theta$ $G_s = \frac{\hbar \rho_s}{m}$

Version électrique de la borne supérieure de Leggett

$$\rho_s \leq \frac{1}{\left\langle \frac{1}{\langle \rho(x, y) \rangle_y} \right\rangle_x}$$

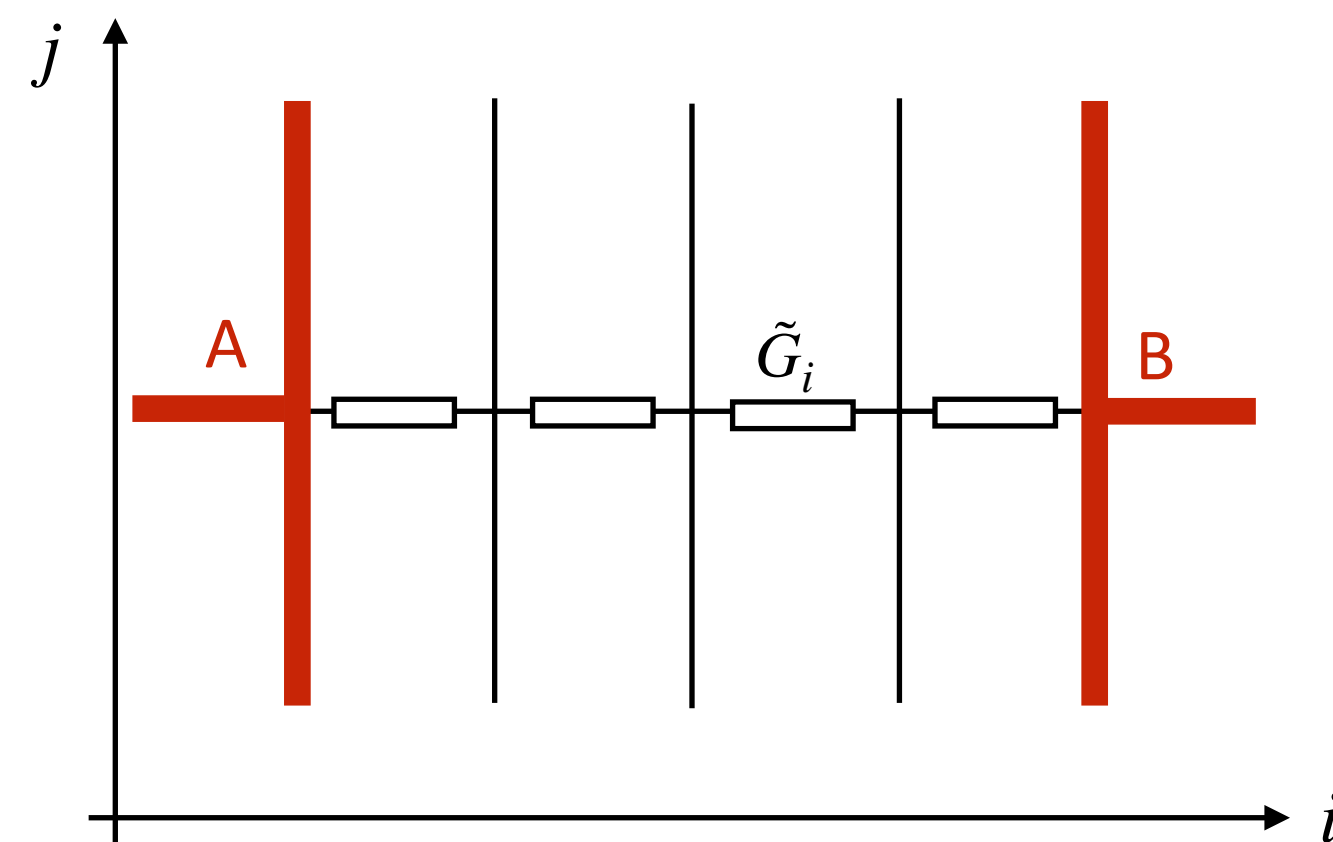
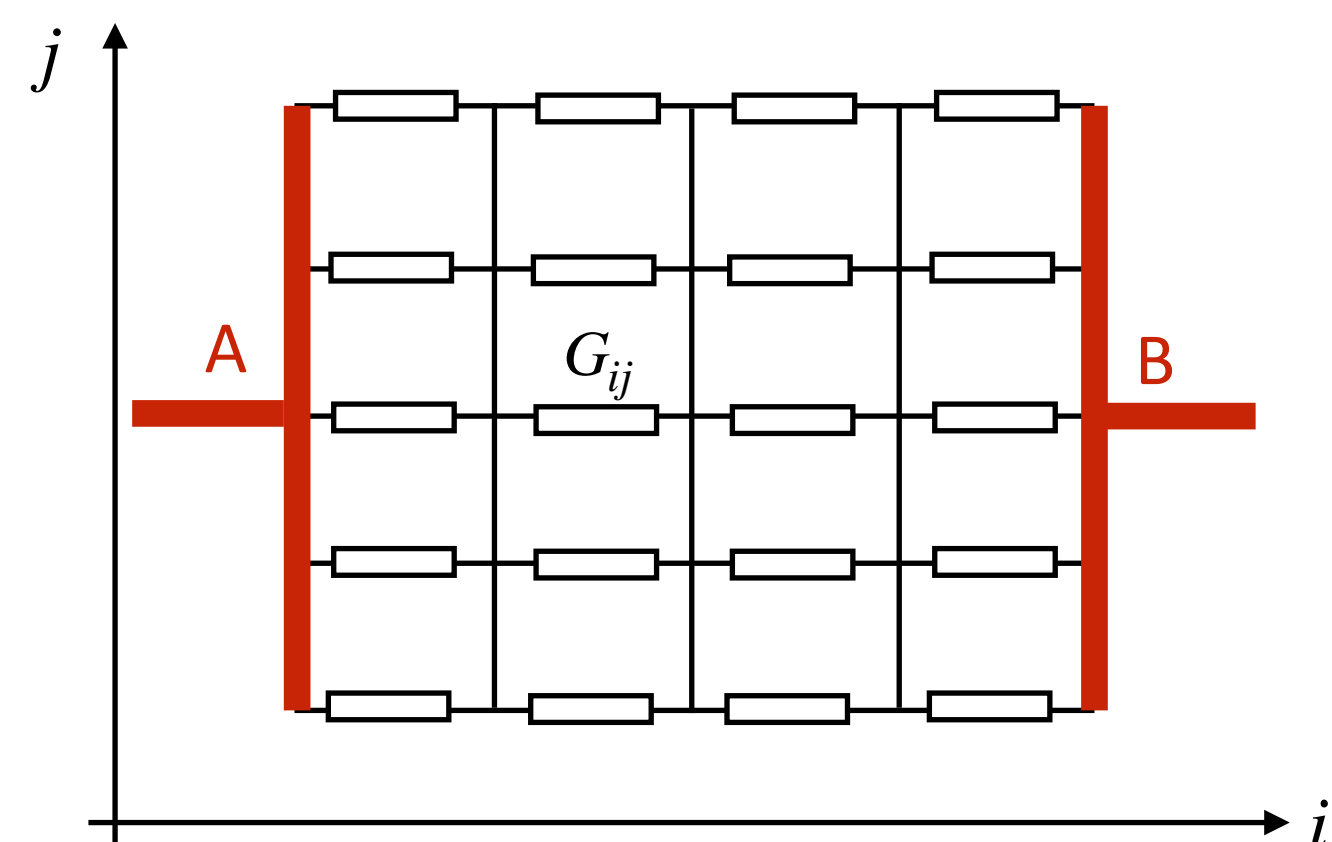


$N \times N$ rectangles blancs : conductances G_{ij}

rectangles gris : conductances inconnues

On veut estimer la conductance G_{AB}

On remplace les rectangles gris par des courts-circuits : augmente la conductance entre A et B

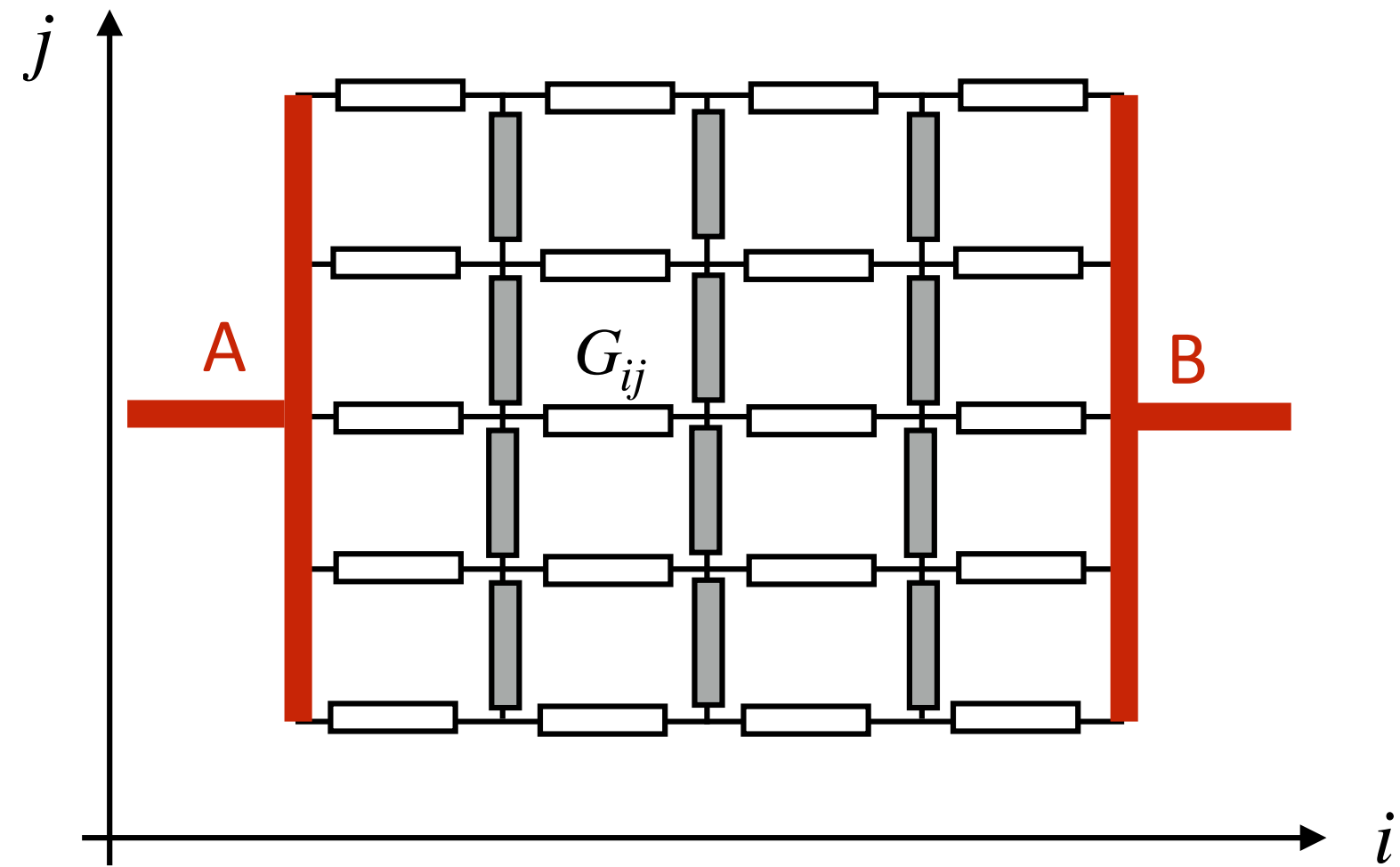


$$\tilde{G}_i = \sum_j G_{ij} = N \langle G_{ij} \rangle_j$$

$$\frac{1}{G_{AB}^{(+)}} = \sum_i \frac{1}{\tilde{G}_i} = N \left\langle \frac{1}{\tilde{G}_i} \right\rangle_i$$

$$G_{AB} \leq G_{AB}^{(+)} = \frac{1}{\left\langle \frac{1}{\langle G_{ij} \rangle_j} \right\rangle_i}$$

Une borne inférieure pour la conductance électrique

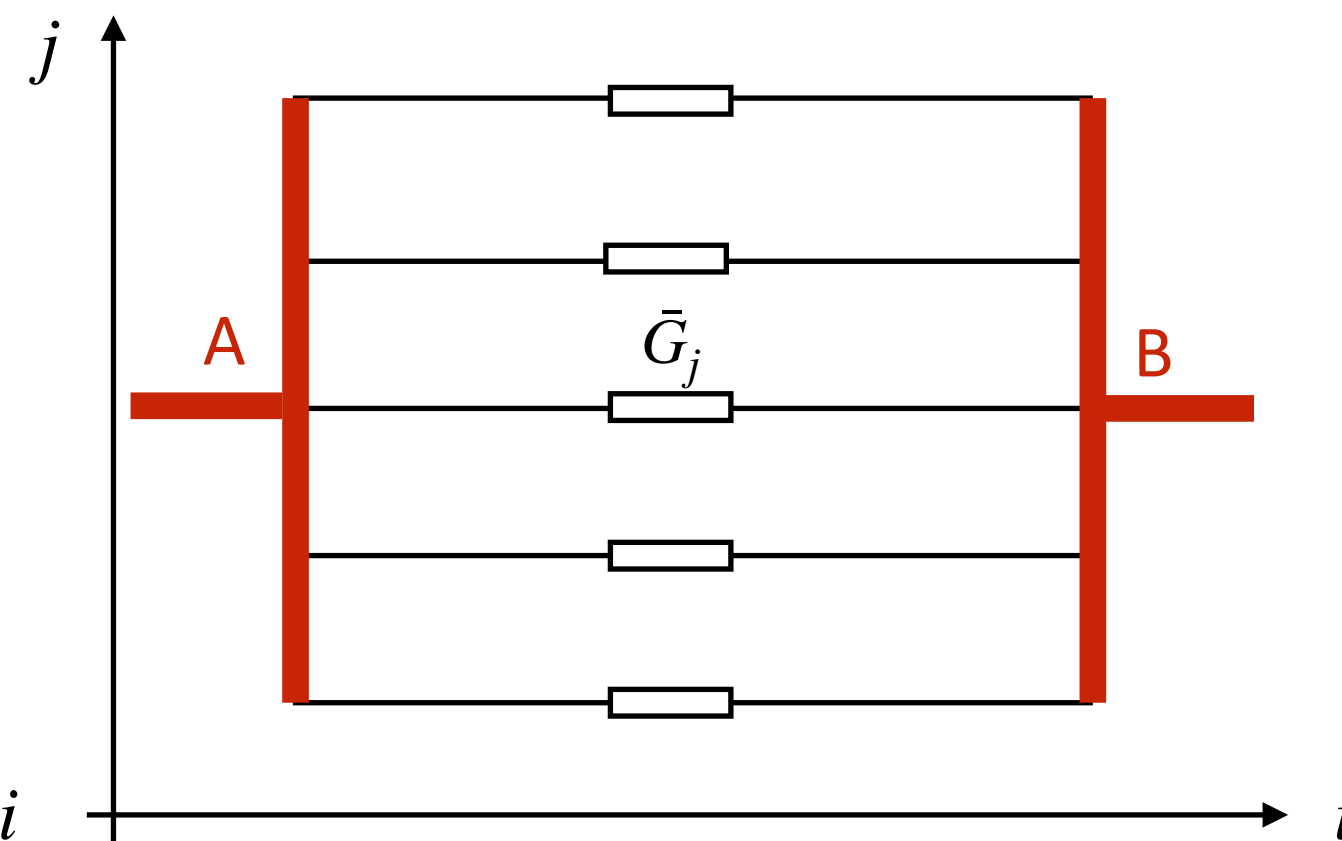
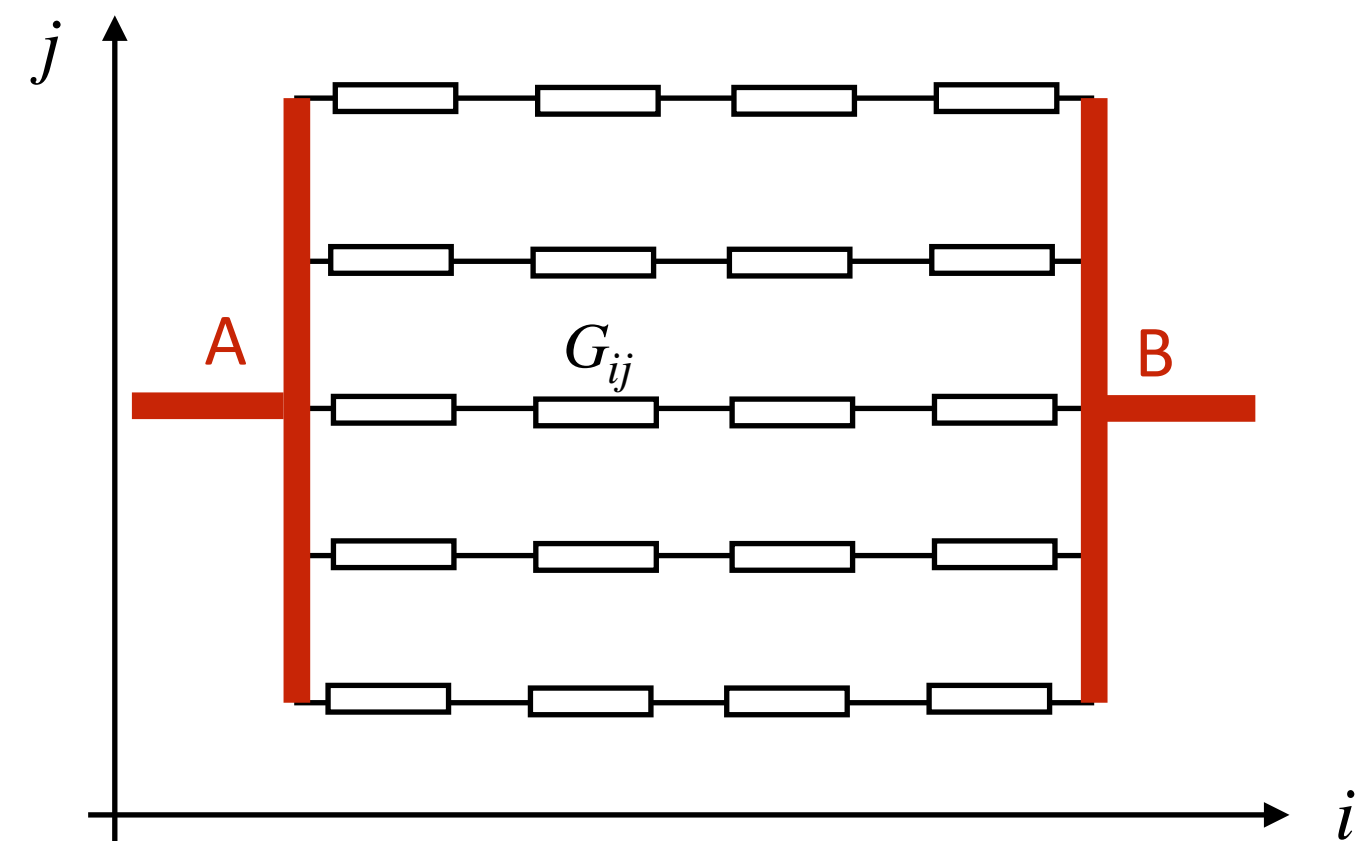


$N \times N$ rectangles blancs : conductances G_{ij}

rectangles gris : conductances inconnues

On veut estimer la conductance G_{AB}

On enlève les rectangles gris : diminue la conductance entre A et B

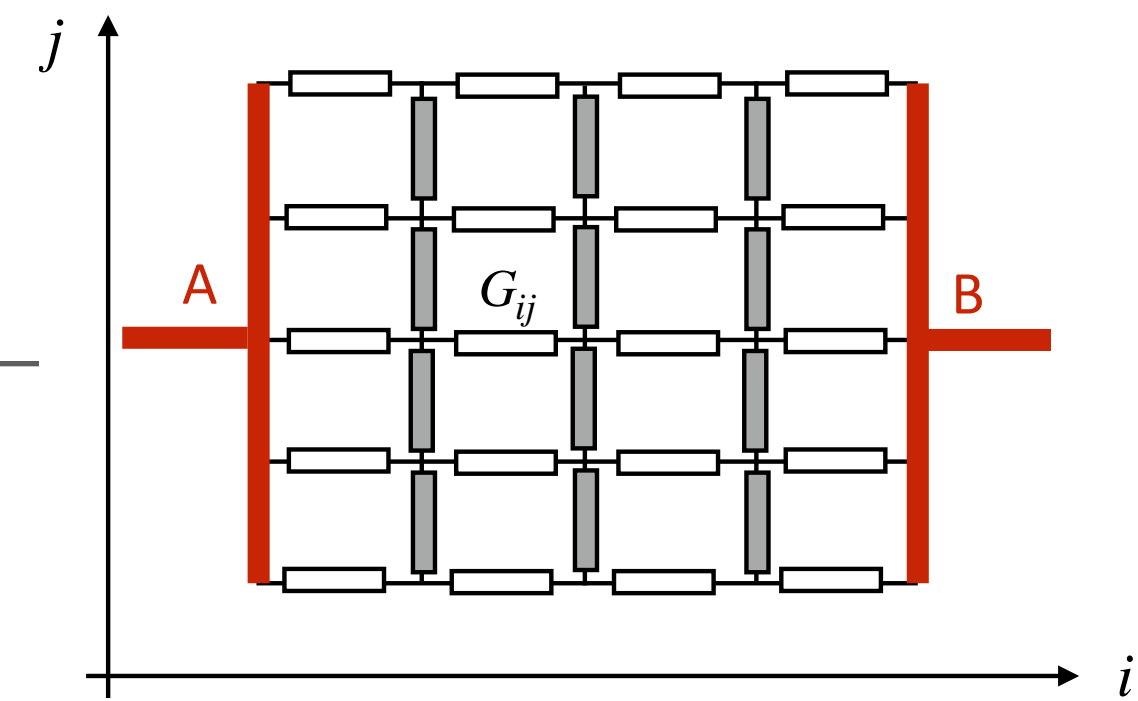


$$\frac{1}{\bar{G}_j} = \sum_i \frac{1}{G_{ij}} = N \left\langle \frac{1}{G_{ij}} \right\rangle_i$$

$$G_{AB}^{(-)} = \sum_j \bar{G}_j = N \langle \bar{G}_j \rangle_j$$

$$G_{AB}^{(-)} = \left\langle \frac{1}{\left\langle \frac{1}{G_{ij}} \right\rangle_i} \right\rangle_j \leq G_{AB}$$

Les deux bornes de Leggett



Pour la version électrique, on a :

$$G_{AB}^{(-)} = \left\langle \frac{1}{\left\langle \frac{1}{G_{ij}} \right\rangle_i} \right\rangle_j \leq G_{AB} \leq G_{AB}^{(+)} = \frac{1}{\left\langle \frac{1}{\left\langle G_{ij} \right\rangle_j} \right\rangle_i}$$

Leggett :

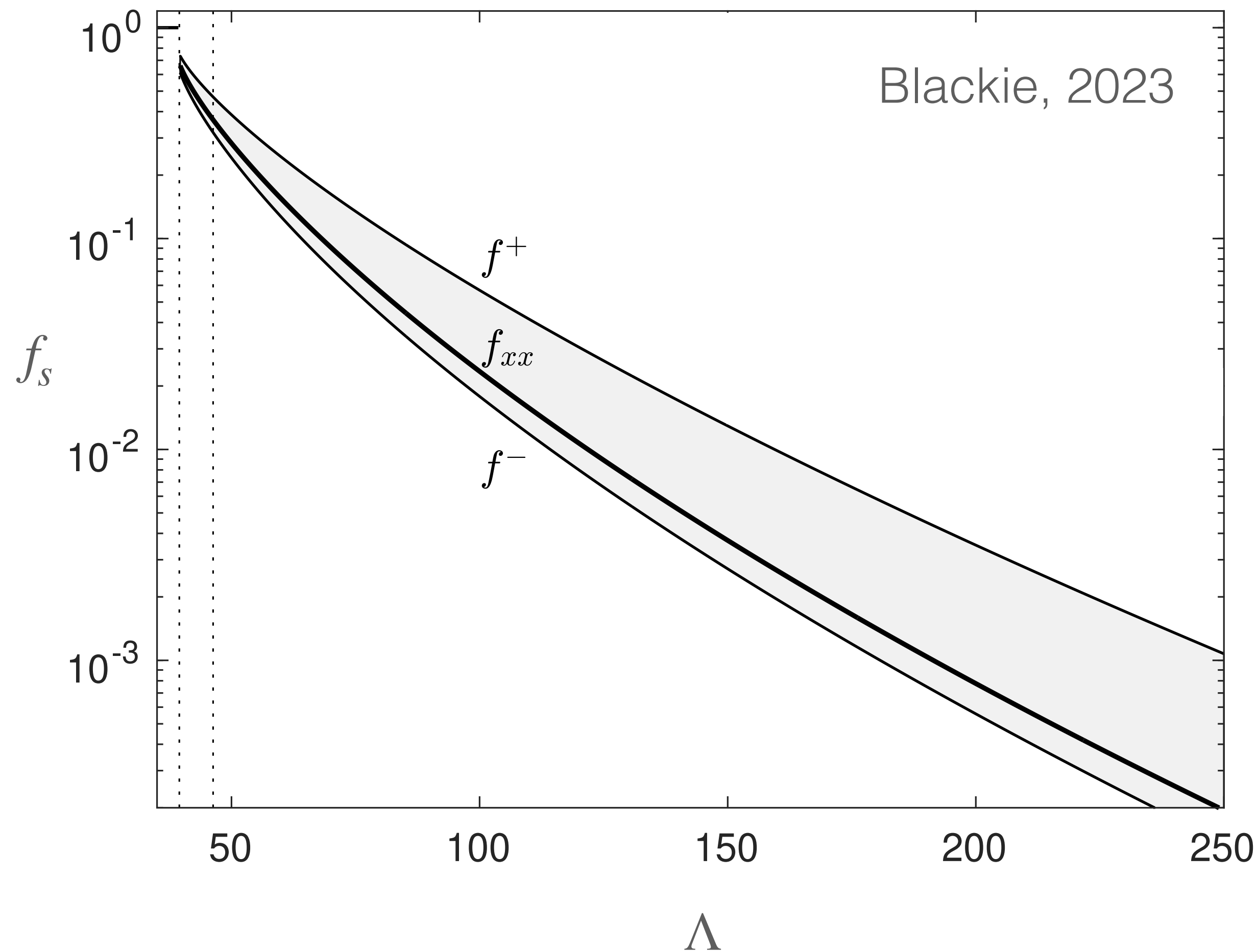
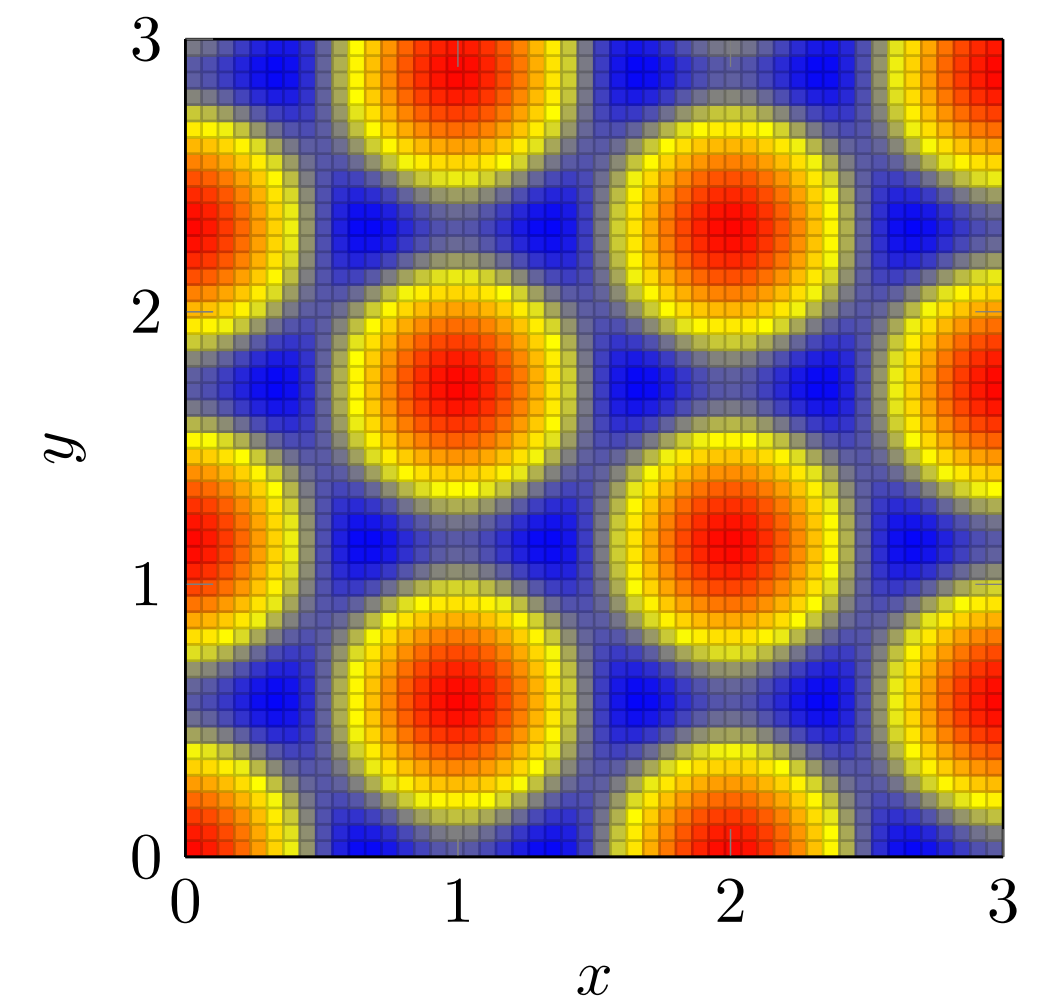
$$\rho_s^{(-)} = \left\langle \frac{1}{\left\langle \frac{1}{\rho} \right\rangle_x} \right\rangle_y \leq \rho_s \leq \rho_s^{(+)} = \frac{1}{\left\langle \frac{1}{\left\langle \rho(x, y) \right\rangle_y} \right\rangle_x}$$

1998 : inégalité de portée plus limitée,
valable pour un système décrit par
une fonction d'onde macroscopique
de type Gross-Pitaevskii

1970 : inégalité variationnelle,
applicable à tout système
quantique à N corps

Transition supersolide à 2D et bornes de Leggett

Transition supersolide pour un potentiel de cœur mou : $\Lambda = \frac{\rho \tilde{V}_0}{\hbar \omega_a} \approx 40$



Remarque : dans un milieu non homogène, la densité superfluide est *a priori* un tenseur :

$$\Delta E = \frac{\hbar^2 \rho}{2m} \sum_{i,j} f_{s,ij} \theta_i \theta_j$$

Pour un réseau triangulaire régulier : $f_{s,ij} = f_s \delta_{ij}$

4.

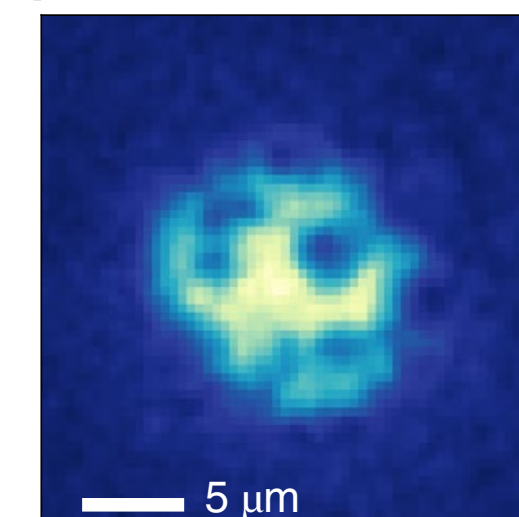
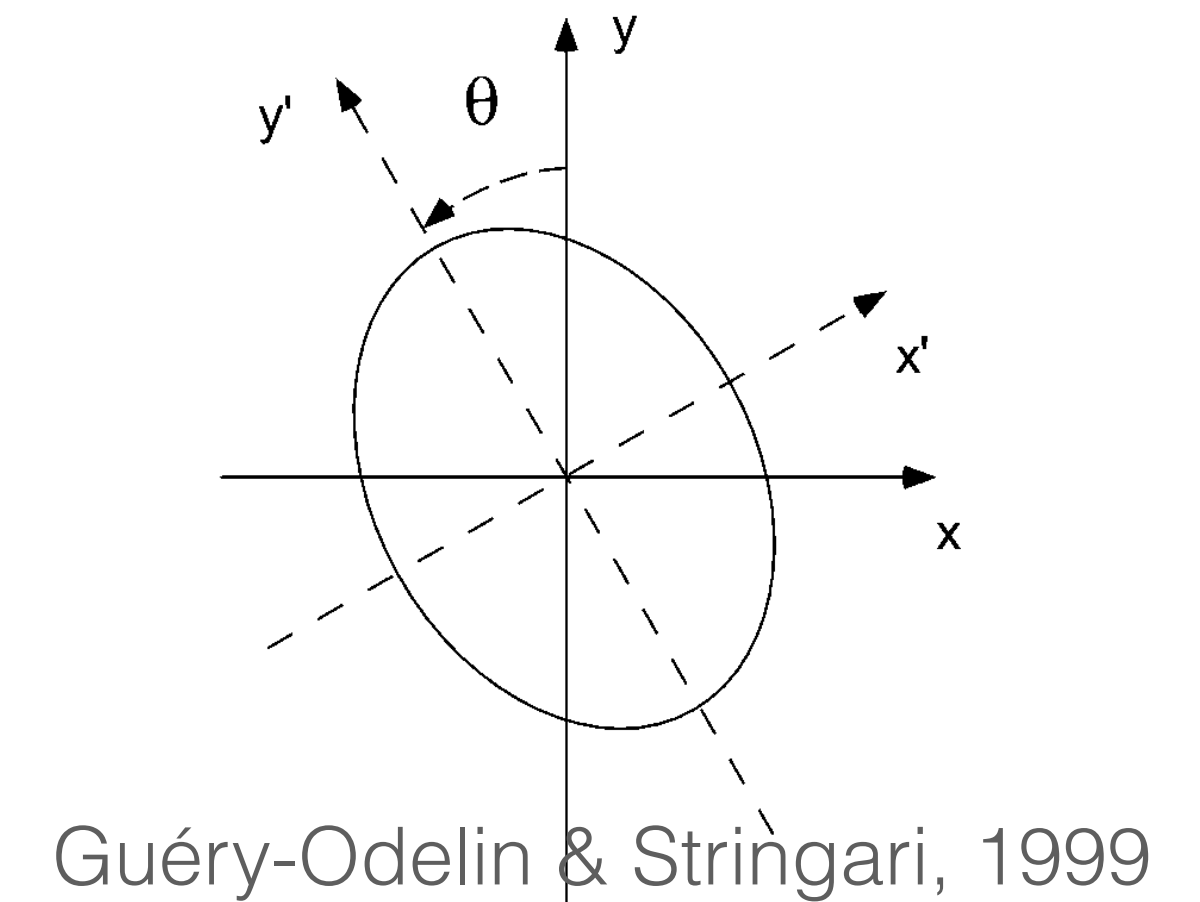
Perspectives expérimentales

La superfluidité des condensats dipolaires modulés spatialement

Au-delà des mesures de cohérence spatiale :

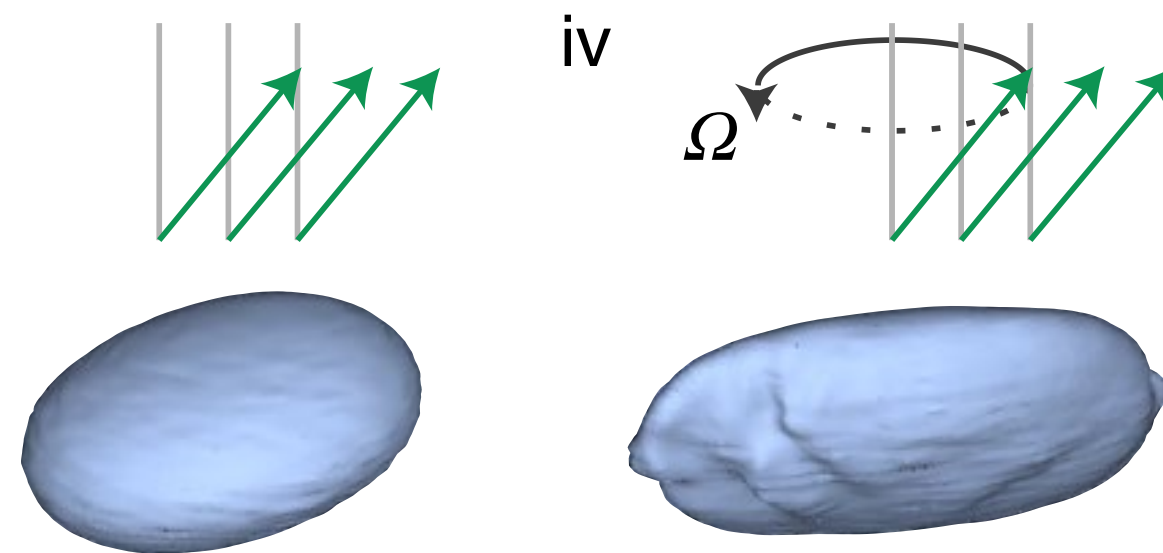
- Mesure du moment d'inertie par un mode ciseaux
 - Mesure fait par le groupe de Florence, Tanzi et al, 2021
 - Analyse critique par Norcia et al., 2022
- Lien entre le condensat modulé et un réseau de jonctions Josephson
 - Possibilité d'extraire f_s à partir des modes d'oscillation du réseau (Biagioni et al., 2023)
- Recherche de vortex ?
 - Klaus et al, 2022 : observation dans le régime de gouttelettes indépendantes

mais le 28 mars 2024....



Observation de vortex dans un supersolide dipolaire

Injection de moment cinétique dans le fluide par agitation magnétique












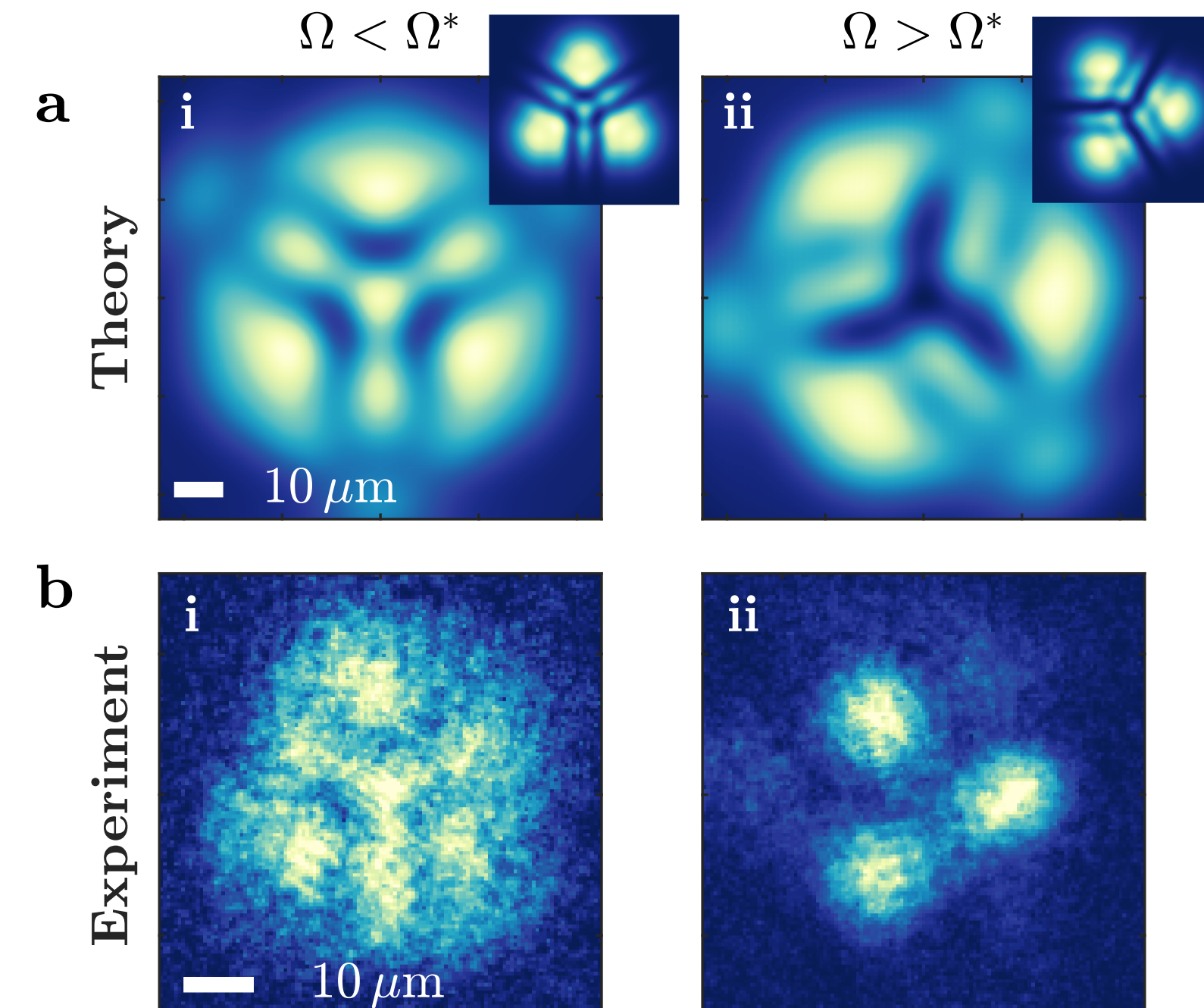
Supersolide à trois amas disposés en triangle équilatéral

S'il y a un vortex au milieu, le trou central ne se bouche pas lors d'une expansion balistique

durée de vie de ce "supercourant" ~ 1 seconde

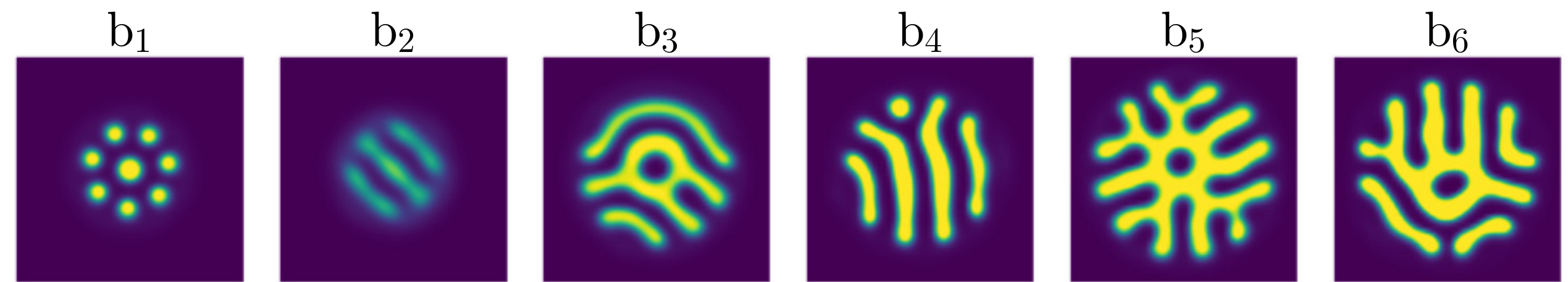
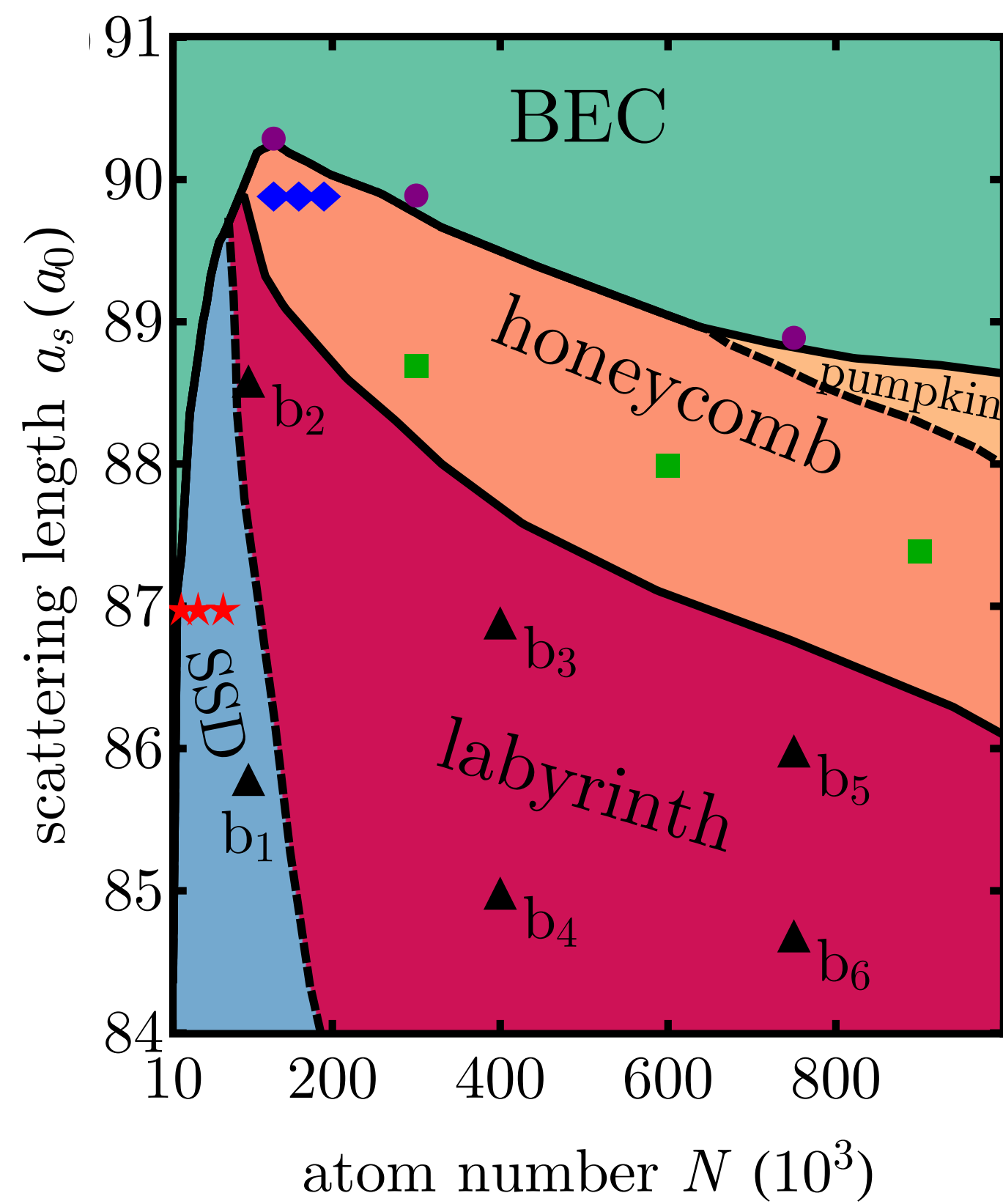
Observation of vortices in a dipolar supersolid

Eva Casotti ^{1,2,*} Elena Poli ^{2,*} Lauritz Klaus ^{1,2} Andrea Litvinov ¹ Clemens Ulm ^{2,1}
Claudia Politi ^{1,2,†} Manfred J. Mark ^{2,1} Thomas Bland ² and Francesca Ferlino ^{2,1}
¹Institut für Quantenoptik und Quanteninformation, Österreichische Akademie der Wissenschaften, Technikerstr. 21A, 6020 Innsbruck, Austria
²Universität Innsbruck, Fakultät für Mathematik, Informatik und Physik, Institut für Experimentalphysik, 6020 Innsbruck, Austria
(Dated: March 28, 2024)

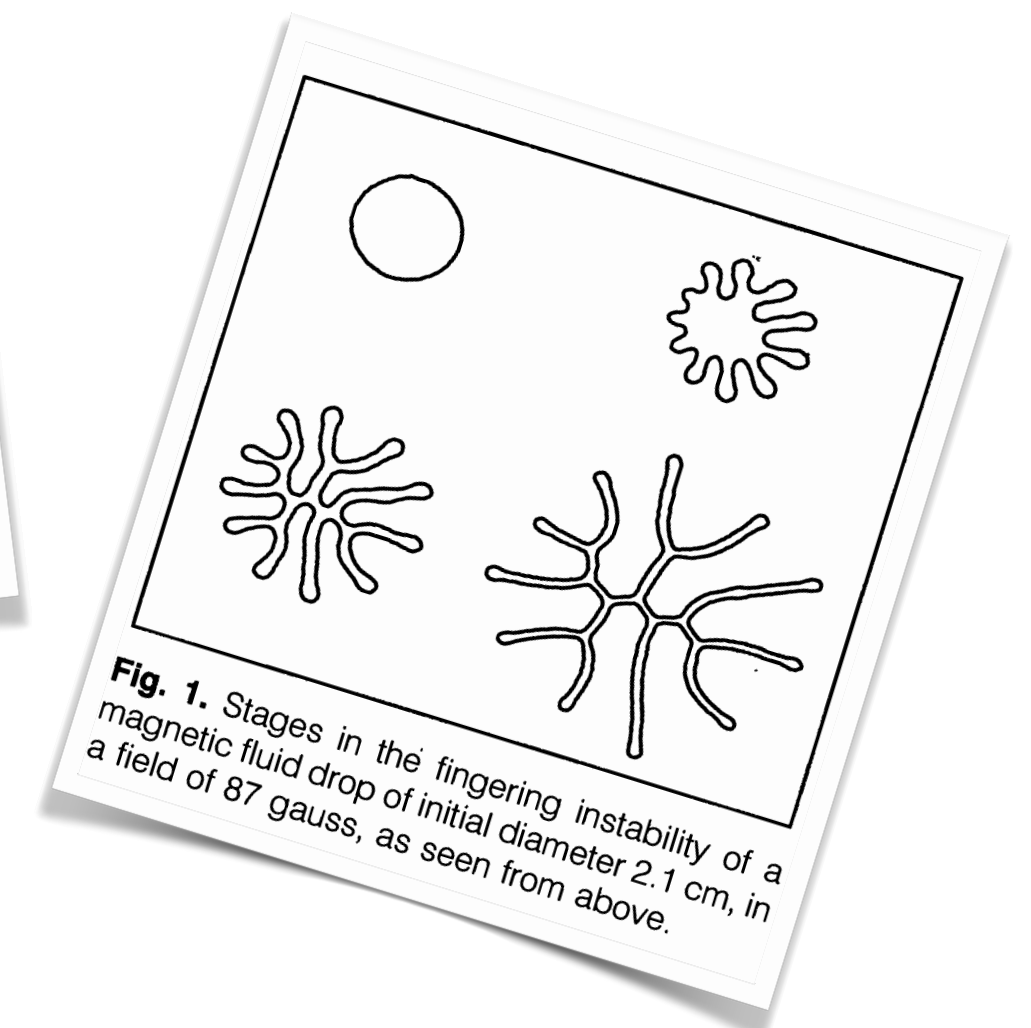
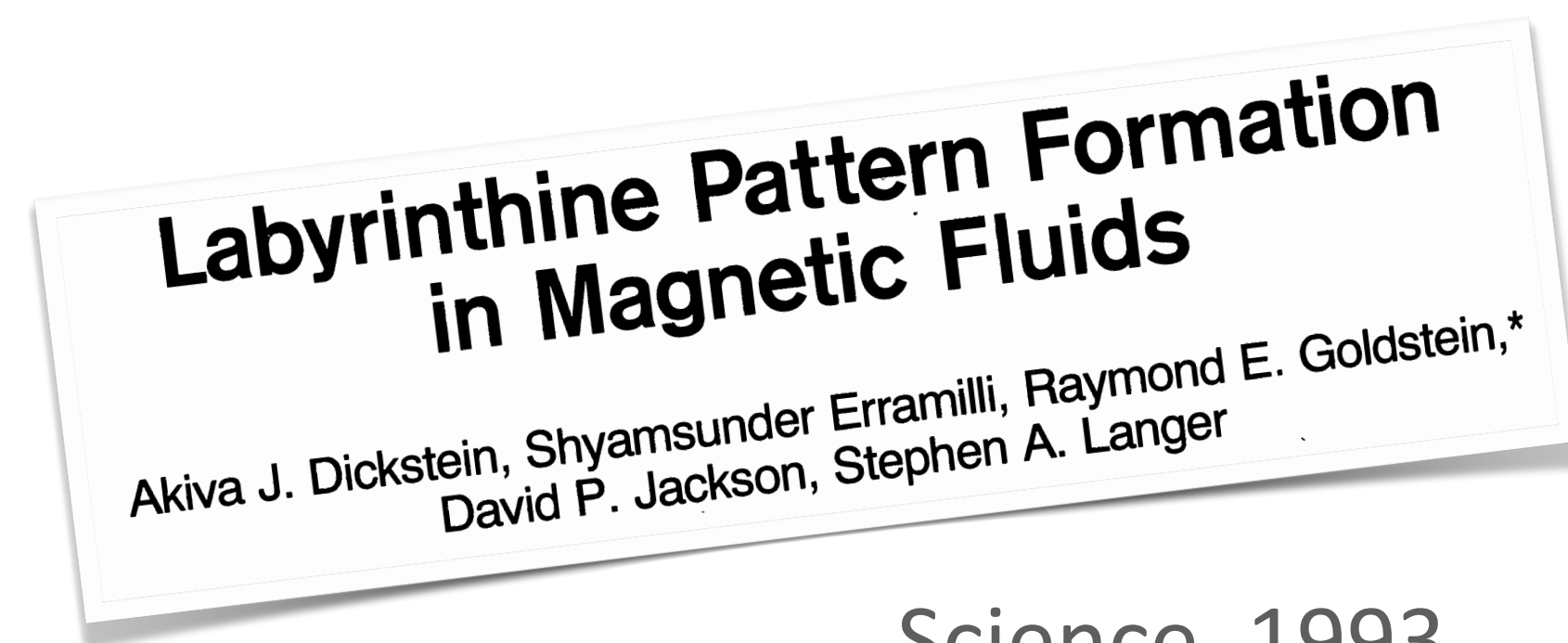


Vers des structures spatiales plus complexes

Hertkorn et al., 2021: état fondamental pour des atomes de ^{162}Dy dans un piège (125,125,250) Hz



Structure en "labyrinthe" : passage du supersolide au superverre



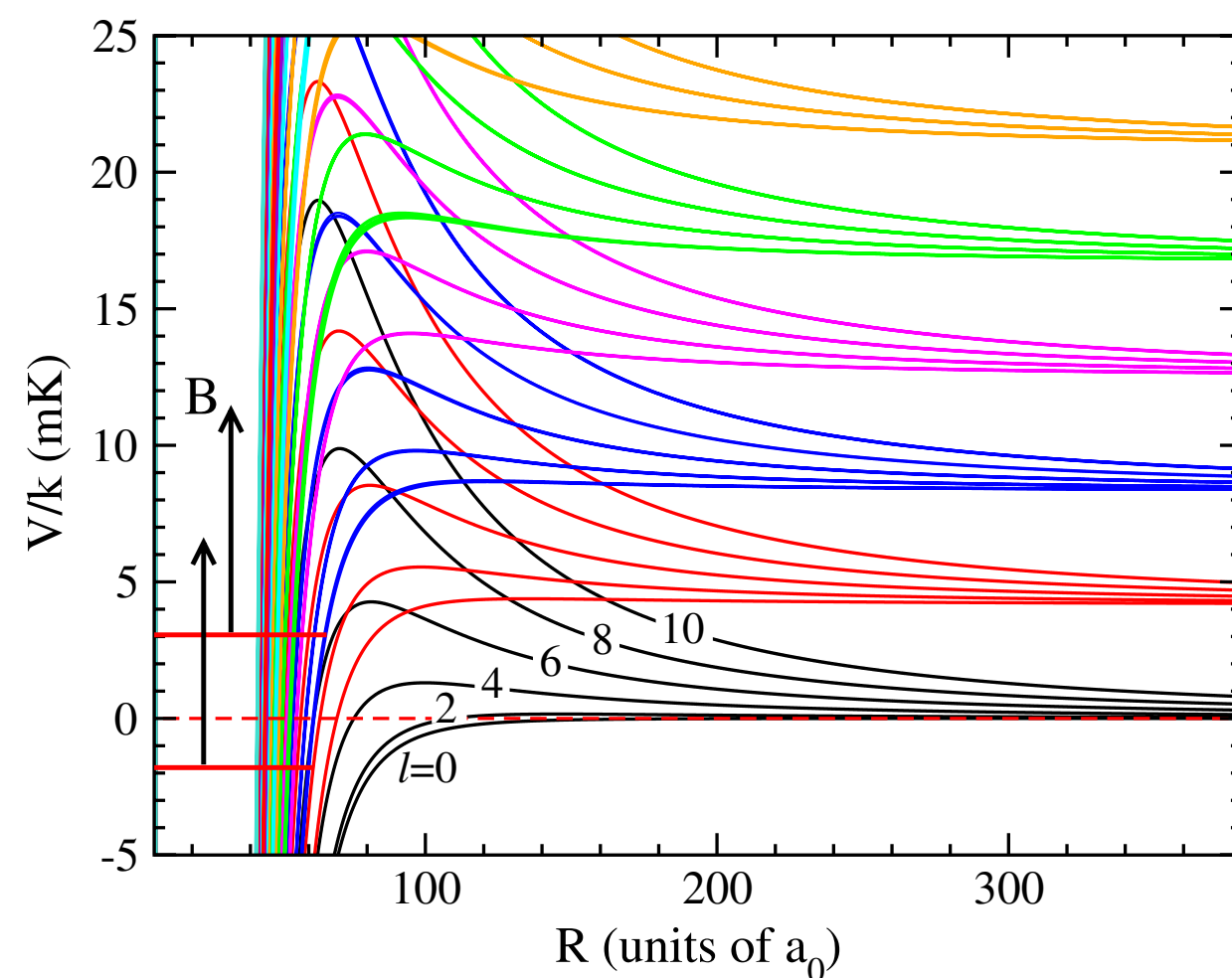
Description microscopique des interactions

Dans ce cours, nous avons modélisé les interactions par le potentiel “simple”

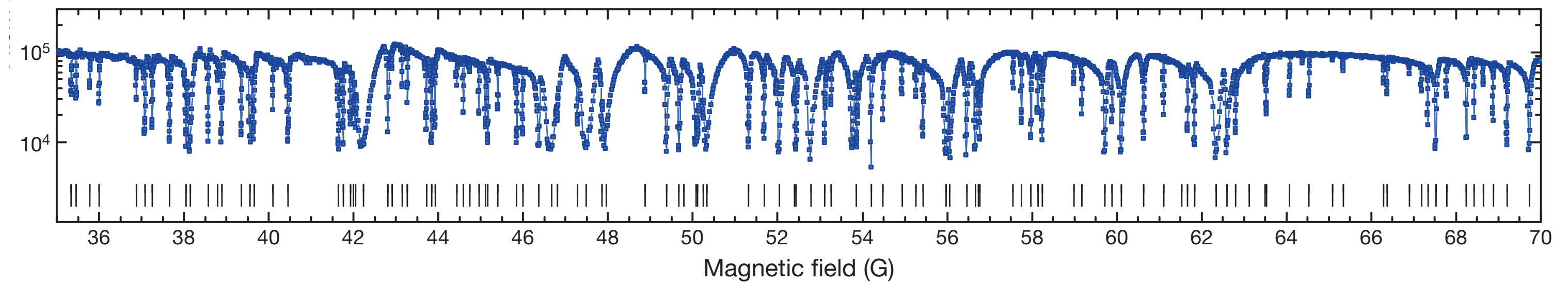
$$V(\mathbf{r}) = g \delta(\mathbf{r}) + \frac{3g_{\text{dd}}}{4\pi} \frac{1}{r^3} (1 - 3 \cos^3 \theta)$$

Masque une réalité beaucoup plus complexe qui conduit à un spectre de résonances de diffusion “chaotique”:

Petrov et al. 2012, ^{164}Dy



Frisch et al. 2014, ^{166}Er



Y a-t-il un ordre derrière ce comportement en apparence chaotique ?